

Mathématiques — Antilles-Guyane

Corrigé détaillé — Série professionnelle — Sujet 26PROMATAG1

Structure de l'épreuve

Partie 1	Automatismes (calculatrice non autorisée)	6 points — 20 min
Partie 2	Raisonnement et résolution de problèmes	14 points — 1h40
	Exercice 1 — Pythagore & trigonométrie (panneau de basket)	3 points
	Exercice 2 — Statistiques (Euro de basket)	2,5 points
	Exercice 3 — Fonctions affines & tarifs	4 points
	Exercice 4 — Probabilités (tombola) (dont rédaction)	2,5 points 2 points

Partie 1 — Automatismes

6 points — 20 min

Pour chaque question, on indique la réponse correspondante. Aucune justification n'est attendue en Partie 1 (les justifications ci-dessous sont fournies à titre pédagogique). Pour les QCM, une seule réponse est exacte.

Question 1 — Écriture d'une puissance (QCM)

Écrire l'expression correspondant à 3×4^5 .

Réponse

Réponse B : $3 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$.

Par définition d'une puissance, $4^5 = \underbrace{4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4}_{5 \text{ facteurs}}$. Donc :

$$3 \times 4^5 = 3 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4.$$

Question 2 — Notation scientifique

Donner la notation scientifique de 1 200 000.

Réponse

$$1\,200\,000 = 1,2 \times 10^6.$$

On place la virgule juste après le premier chiffre non nul (1) : on obtient 1,2. La virgule a été déplacée de 6 rangs vers la gauche, d'où l'exposant +6.

Question 3 — Calcul d'une moyenne

Écrire le calcul donnant la moyenne des notes 11 ; 10 ; 16 ; 9 ; 20.

Réponse

$$\text{Moyenne} = \frac{11 + 10 + 16 + 9 + 20}{5} = 13,2.$$

On additionne les 5 notes puis on divise par leur nombre :

$$\frac{11 + 10 + 16 + 9 + 20}{5} = \frac{66}{5} = 13,2.$$

Question 4 — Médiane d'une série

Tailles (en m) de 11 joueurs, rangées dans l'ordre croissant : 1,72 ; 1,75 ; 1,78 ; 1,84 ; 1,85 ; 1,89 ; 1,89 ; 1,90 ; 1,90 ; 1,92 ; 1,99.

Réponse

Taille médiane = 1,89 m.

La série comporte 11 valeurs (nombre impair), déjà rangées dans l'ordre croissant. La médiane est la valeur du milieu, c'est-à-dire la 6^e valeur (cinq tailles avant, cinq après) : c'est 1,89 m.

Question 5 — Le quart d'un nombre

Donner le quart de 20.

Réponse

Le quart de 20 est 5.

Prendre le quart, c'est diviser par 4 : $\frac{20}{4} = 5$.

Question 6 — Vitesse moyenne

Une voiture parcourt 240 km en 3 heures.

Réponse

Vitesse moyenne = 80 km/h.

La vitesse moyenne est le quotient de la distance par la durée :

$$v = \frac{240}{3} = 80 \text{ km/h.}$$

Question 7 — Nombre de carreaux

Carreau carré de 10 cm de côté ; surface à carrelé rectangulaire de 90 cm sur 80 cm. Écrire le calcul donnant le nombre de carreaux.

Réponse

$$\text{Nombre de carreaux} = \frac{90 \times 80}{10 \times 10} = 72.$$

On divise l'aire à carrelé par l'aire d'un carreau :

$$\frac{90 \times 80}{10 \times 10} = \frac{7200}{100} = 72.$$

(On peut aussi raisonner par ligne et colonne : $\frac{90}{10} \times \frac{80}{10} = 9 \times 8 = 72$.)

Question 8 — Différence de longueurs

Pièce de 2,50 m de hauteur, armoire de 170 cm. Distance entre le haut de l'armoire et le plafond.

Réponse

Distance = 80 cm (soit 0,80 m).

On convertit d'abord dans la même unité : 2,50 m = 250 cm. Puis :

$$250 - 170 = 80 \text{ cm.}$$

Question 9 — Augmentation en pourcentage

Le prix d'un article de 20 € augmente de 40 %. Indiquer le calcul donnant le nouveau prix.

Réponse

Nouveau prix = $20 \times 1,4 = 28$ €.

Augmenter de 40 % revient à multiplier par $1 + \frac{40}{100} = 1,4$:

$$20 \times 1,4 = 28 \text{ €}.$$

(On peut aussi calculer la hausse $\frac{40}{100} \times 20 = 8 \text{ €}$, puis $20 + 8 = 28 \text{ €}$.)

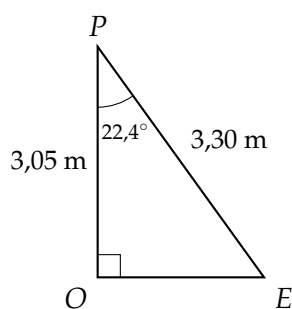
Partie 2 — Raisonnement et résolution de problèmes 14 points

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf indication contraire. La clarté et la précision des raisonnements ainsi que la rédaction sont évaluées sur **2 points**. Toute trace de recherche, même non aboutie, est prise en compte.

Exercice 1

3 points

Pour changer le filet du panneau de basket, on utilise une échelle schématisée par le segment $[PE]$. Le triangle OPE est rectangle en O , avec $PE = 3,30 \text{ m}$ et $PO = 3,05 \text{ m}$.



Le schéma n'est pas à l'échelle.

1. Indiquer précisément la nature de la figure OPE .

Réponse

D'après le codage de la figure, l'angle \widehat{POE} est droit : OPE est un triangle rectangle en O .

2. Calculer la longueur OE , en mètre. Arrondir au centième.

Réponse

Dans le triangle OPE rectangle en O , d'après le théorème de Pythagore :

$$PE^2 = PO^2 + OE^2$$

$$\iff OE^2 = PE^2 - PO^2 = 3,30^2 - 3,05^2 = 10,89 - 9,3025 = 1,5875.$$

Donc $OE = \sqrt{1,5875} \approx 1,26 \text{ m}$.

3. Pour des raisons de sécurité, l'angle \widehat{OEP} doit être compris entre 73° et 77° . On donne $\widehat{OPE} = 22,4^\circ$. La condition est-elle respectée ?

Réponse

La somme des angles d'un triangle vaut 180° et le triangle est rectangle en O , donc $\widehat{POE} = 90^\circ$:

$$\widehat{OEP} = 180^\circ - 90^\circ - 22,4^\circ = 67,6^\circ.$$

Or $67,6^\circ < 73^\circ$: l'angle n'appartient pas à l'intervalle $[73^\circ ; 77^\circ]$. La condition n'est donc pas respectée.

Exercice 2

2,5 points

L'Euro de basket 2025 est organisé en 4 groupes de 6 équipes, chacune constituée de 12 joueurs.

1. Vérifier que 288 joueurs au total ont été retenus.**Réponse**

Le nombre total de joueurs est :

$$4 \times 6 \times 12 = 24 \times 12 = 288.$$

Il y a bien 288 joueurs.

2. Compléter le tableau des zones géographiques des clubs (ANNEXE 1).**Réponse**

Le total étant de 288 joueurs, l'effectif de l'Amérique du Nord s'obtient par différence :

$$288 - 12 - 200 - 44 = 32.$$

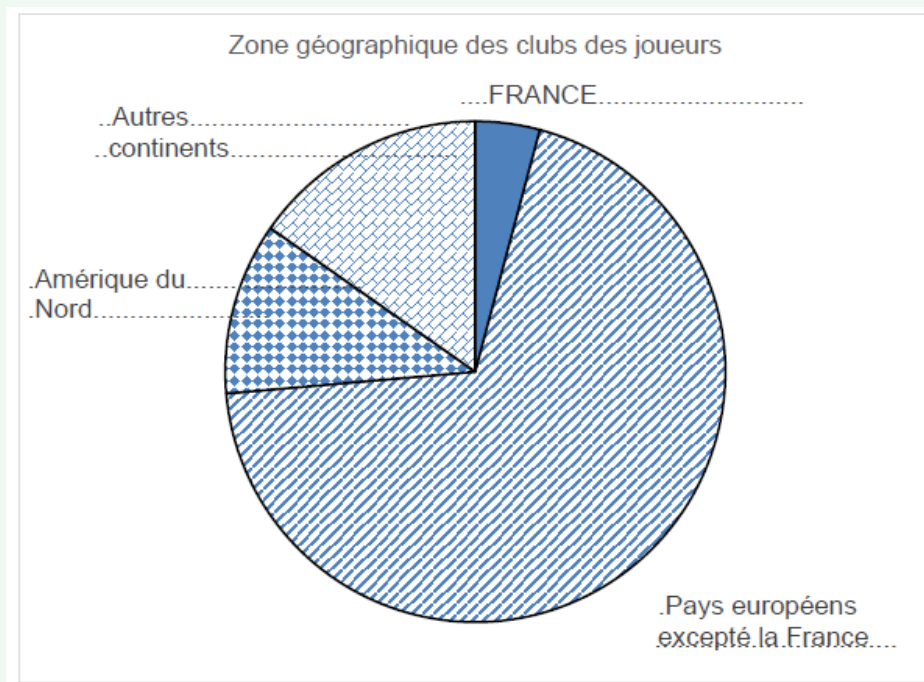
Zone géographique des clubs	Nombre de joueurs
France	12
Pays européens excepté la France	200
Amérique du Nord	32
Autres continents	44
Total	288

3. Compléter la légende du diagramme circulaire (ANNEXE 1).**Réponse**

Le diagramme circulaire est proportionnel aux effectifs : à 288 joueurs correspondent 360° , soit $\frac{360}{288} = 1,25^\circ$ par joueur. Les secteurs ont donc pour mesures :

Zone	Effectif	Angle
France	12	15°
Pays européens	200	250°
Amérique du Nord	32	40°
Autres continents	44	55°

La légende associe chaque couleur du diagramme à sa zone: le plus grand secteur (250°) correspond aux *pays européens hors France*, le plus petit (15°) à la *France*.



4. Un supporter affirme qu'un quart des joueurs vient d'un club d'Amérique du Nord. A-t-il raison ?

Réponse

Le supporter a tort.

Un quart des joueurs représenterait $\frac{288}{4} = 72$ joueurs. Or seuls 32 joueurs viennent d'un club d'Amérique du Nord, et $32 \neq 72$ (cela correspond à $\frac{32}{288} \approx 11,1\%$, bien en dessous de 25 %).

Exercice 3

4 points

Un club de basket propose deux tarifs : **Tarif 1** — 20 € le match ; **Tarif 2** — abonnement annuel de 80 € puis 12 € le match.

1. Calculer le prix de 5 billets au tarif 1.**Réponse**

$$5 \times 20 = 100.$$

Le prix de 5 billets au tarif 1 est de 100 €.

2. Montrer que le prix pour assister à 5 matchs avec le tarif 2 est égal à 140 €.**Réponse**

On ajoute l'abonnement au prix des 5 matchs :

$$80 + 5 \times 12 = 80 + 60 = 140.$$

Le prix est bien de 140 €.

3. On note x le nombre de matchs. Choisir l'expression donnant le prix à payer avec le tarif 2.**Réponse**

Réponse B : $12x + 80$.

Le supporter paie 12 € par match, soit $12x$ pour x matchs, auxquels s'ajoute l'abonnement de 80 € : le prix est $12x + 80$.

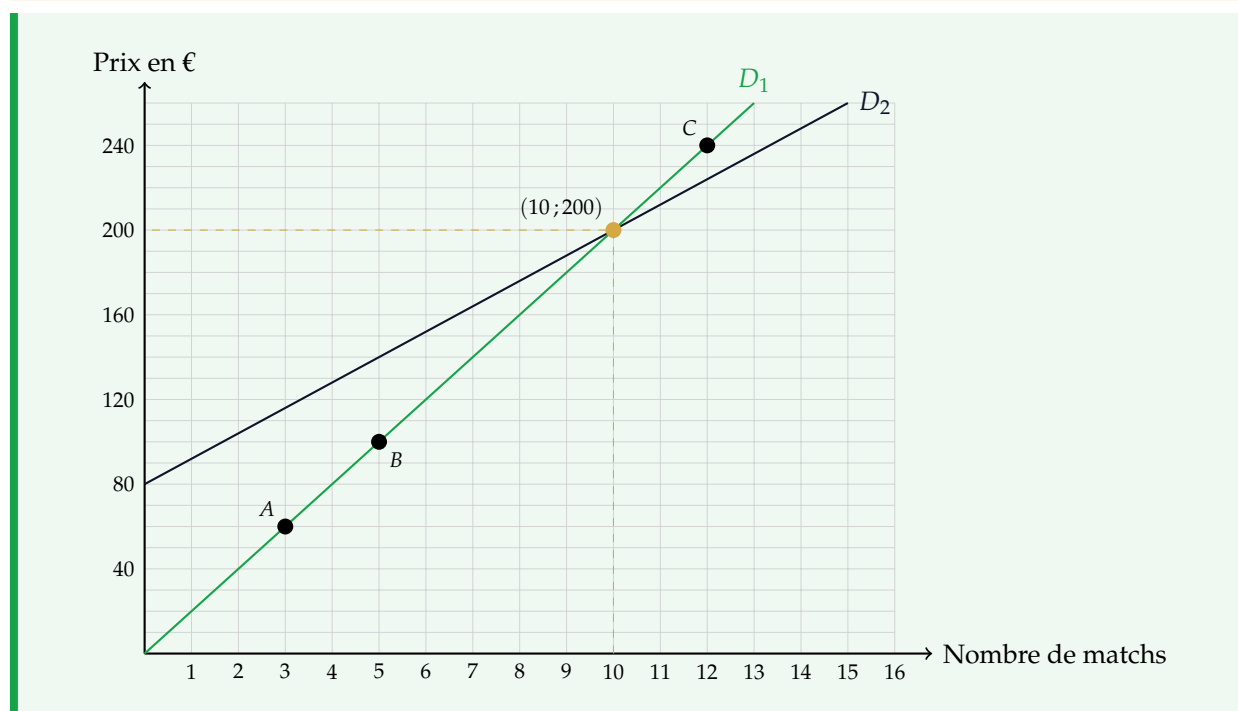
4. Compléter le tableau des prix du tarif 1 (ANNEXE 2).**Réponse**

Au tarif 1, le prix est $20 \times$ (nombre de matchs) : $20 \times 3 = 60$; $20 \times 5 = 100$; $20 \times 12 = 240$.

	Point A	Point B	Point C
Nombre de matchs	3	5	12
Prix payé (en euros)	60	100	240

5. Placer les points B et C puis tracer la droite D_1 correspondant au tarif 1 (ANNEXE 2).**Réponse**

$B(5;100)$ et $C(12;240)$. Le tarif 1 étant proportionnel ($y = 20x$), la droite D_1 passe par l'origine $O(0;0)$ et par ces deux points.



6. Déterminer graphiquement les coordonnées du point d'intersection de D_1 et D_2 .

Réponse

Les deux droites se coupent au point de coordonnées $(10; 200)$: pour 10 matchs, les deux tarifs coûtent chacun 200 € (traits de lecture en pointillés sur le graphique).

7. Résoudre l'équation $20x = 12x + 80$.

Réponse

$$\begin{aligned} 20x &= 12x + 80 \\ \Leftrightarrow 20x - 12x &= 80 \\ \Leftrightarrow 8x &= 80 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{80}{8} = 10. \end{aligned}$$

8. Préciser le nombre de billets pour lequel les deux tarifs sont égaux.

Réponse

Les deux tarifs sont égaux pour $x = 10$ billets, ce qui confirme la lecture graphique de la question 6.

9. Selon le nombre de billets achetés, déterminer le tarif le plus avantageux.

Réponse

- Pour **moins de 10 matchs**, le **tarif 1** est le plus avantageux (ex. 5 matchs : 100 € contre

140 €);

- pour **exactement 10 matchs**, les deux tarifs sont **égaux** (200 €);
- pour **plus de 10 matchs**, le **tarif 2** est le plus avantageux (ex. 12 matchs : $12 \times 12 + 80 = 224$ € contre 240 €).

Exercice 4

2,5 points

Le club organise une tombola : 500 tickets à 4 € chacun. Les lots prévus sont :

- 1 week-end au bord de mer d'une valeur de 200 €;
- 4 cartes d'abonnement à 80 € chacune ;
- 10 maillots à 25 € chacun ;
- 15 billets de match à 20 € chacun.

470 tickets sont perdants.

1. On achète un ticket. Déterminer la probabilité de gagner un lot.

Réponse

Nombre de tickets gagnants : $1 + 4 + 10 + 15 = 30$. Le tirage étant équiprobable :

$$P(\text{gagner}) = \frac{\text{tickets gagnants}}{\text{tickets total}} = \frac{30}{500} = \frac{3}{50} = 0,06.$$

La probabilité de gagné un lot est de 0,06.

2. Tous les tickets sont vendus. Le club espère un bénéfice supérieur ou égal à 800 €. L'objectif est-il atteint ?

Réponse

Oui, l'objectif est atteint (bénéfice de 930 €).

Recette (tous les tickets vendus) : $500 \times 4 = 2\,000$ €.

Valeur totale des lots :

$$200 + 4 \times 80 + 10 \times 25 + 15 \times 20 = 200 + 320 + 250 + 300 = 1\,070 \text{ €}.$$

Bénéfice : $2\,000 - 1\,070 = 930$ €.

Comme $930 \geq 800$, l'objectif est atteint.