

Correction du Brevet Blanc - Mathématiques

Note liminaire

Cette correction détaille les étapes de raisonnement. En examen, la partie 1 (Automatismes) ne nécessite que le résultat final, mais il est crucial de maîtriser les méthodes présentées ici.

Partie 1 - Automatismes (Sans calculatrice)

- 1. Calcul de A (Fraction irréductible) :** $A = \frac{1}{9} - \frac{15}{9} \times \frac{1}{6}$
La priorité est à la multiplication : $\frac{15 \times 1}{9 \times 6} = \frac{15}{54} = \frac{5 \times 3}{18 \times 3} = \frac{5}{18}$. $A = \frac{1 \times 2}{9 \times 2} - \frac{5}{18} = \frac{2}{18} - \frac{5}{18} = -\frac{3}{18}$. On simplifie : $A = -\frac{1}{6}$.
- 2. Vérification de solution :** Pour $x = -\frac{1}{2}$, le facteur $(2x + 1)$ devient $2 \times (-\frac{1}{2}) + 1 = -1 + 1 = 0$. Puisqu'un des facteurs est nul, le produit est nul. **Oui**, $-\frac{1}{2}$ est solution.
- 3. Écritures de B :** $B = \frac{3 \times 10^2 \times 1,2 \times (10^{-3})^4}{0,2 \times 10^{-7}} = \frac{3,6 \times 10^2 \times 10^{-12}}{0,2 \times 10^{-7}} = \frac{3,6}{0,2} \times \frac{10^{-10}}{10^{-7}} = 18 \times 10^{-3}$.
 - Écriture décimale : **0,018**
 - Écriture scientifique : **$1,8 \times 10^{-2}$**
- 4. Pourcentage d'augmentation :** Multiplier par 2 revient à ajouter 100% de la valeur initiale. L'augmentation est de **100%**.
- 5. Géométrie (Triangle isocèle) :** Dans le triangle OMN isocèle en O , les angles à la base sont égaux : $\widehat{OMN} = \widehat{ONM} = 55^\circ$. La somme des angles vaut 180° : $\widehat{NOM} = 180 - (55 + 55) = 180 - 110 = 70^\circ$.
- 6. Écriture scientifique de 0,003706 :** **$3,706 \times 10^{-3}$** .
- 7. Volume et agrandissement :** Le volume est multiplié par k^3 . $V' = V \times 2^3 = 25 \times 8 = 200 \text{ cm}^3$.
- 8. Factorisation :** $9x^2 - 16$ est de la forme $a^2 - b^2$ avec $a = 3x$ et $b = 4$. Forme factorisée : **$(3x - 4)(3x + 4)$** .
- 9. Statistique :** Somme actuelle des 7 valeurs : $7 \times 39 = 273$. Somme souhaitée pour 8 valeurs : $8 \times 40 = 320$. Valeur à ajouter : $320 - 273 = 47$.

Partie 2 - Raisonnement et résolution de problèmes

Exercice 1 : Probabilités et Statistiques

1. **Nombre de berceuses** : Total (22) - Noël (9) - Comptines (6) = **7 berceuses**.

2. **Durée moyenne** : 55 min/22 chansons = 2,5 minutes. 0,5 min = 30 secondes. La moyenne est de **2 min 30 s**.

3. **Probabilités** :

— a. $P(\text{comptine}) = \frac{6}{22} = \frac{3}{11}$.

— b. $P(\text{non berceuse}) = 1 - P(\text{berceuse}) = 1 - \frac{7}{22} = \frac{15}{22}$.

— c. Nombres premiers entre 1 et 22 : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 (soit 8 nombres). $P(\text{Premier}) = \frac{8}{22} \approx 0,36$. Or $\frac{1}{3} \approx 0,33$. La probabilité est donc **supérieure** à $1/3$.

Exercice 2 : Géométrie et Fonctions

Partie 1 : Étagères

— 1. Si le déplacement $x = 1$, alors dans le triangle GCF rectangle isocèle en C , on a $GC = 1$ et $CF = 1$. D'après Pythagore : $GF^2 = 1^2 + 1^2 = 2$. $GF = \sqrt{2} \approx 1,41$ m.

— 2. On veut $GF = 1$. Soit x le déplacement. $x^2 + x^2 = 1^2 \implies 2x^2 = 1 \implies x^2 = 0,5$.
 $x = \sqrt{0,5} \approx 0,71$ m (ou 71 cm).

Partie 2 : Logiciel

— 1. **Débit** : $3,5 \text{ Mo}/7 \text{ s} = 0,5 \text{ Mo/s}$.

— 3. a. Le tarif C est $8\text{€} + 0,05\text{€} \times x$. La fonction est $x \mapsto 8 + 0,05x$.

— 3. b. C'est une fonction **affine**.

— 6. **Pour 209 élèves** : Tarif A = 19€. Tarif B = $0,10 \times 209 = 20,90\text{€}$. Tarif C = $8 + 0,05 \times 209 = 18,45\text{€}$. Le plus intéressant est le **Tarif C**.

Exercice 3 : Trigonométrie et Pythagore

1. **Calcul de BE** : Dans le triangle BED rectangle en E , on connaît l'angle $\widehat{EBD} = 30^\circ$ et le côté opposé $ED = CD/2 = 20$ cm. $\tan(30^\circ) = \frac{ED}{BE} \implies BE = \frac{20}{\tan(30^\circ)} \approx 34,6$ cm (soit 346 mm).

2. **Altitude HT** : Dans le triangle SHT rectangle en T : $SH^2 = ST^2 + HT^2 \implies 20,50^2 = 7,60^2 + HT^2$. $HT^2 = 420,25 - 57,76 = 362,49$. $HT = \sqrt{362,49} \approx 19$ m.

3. **Sécurité vent** : Vitesse : $15 \text{ nœuds} \times 0,514 = 7,71$ m/s. Conversion en km/h : $7,71 \times 3,6 \approx 27,75$ km/h. Comme $27,75 > 20$, Thomas **ne peut pas** faire voler son cerf-volant sans risque.

Exercice 4 : Algorithmique (Scratch)

— 1. **Correspondances** : Script 1 (60°) \rightarrow Figure C (Hexagone). Script 2 (90°) \rightarrow Figure A (Carré). Script 3 (120°) \rightarrow Figure B (Triangle équilatéral).

— 2. **Script Figure E (Annexe)** : Mettre **longueur** à **20**. Répéter **10** fois (par exemple pour une grande spirale). Avancer de **longueur**. Ajouter **20** à **longueur**.