

# Mathématiques — Polynésie

Corrigé détaillé — Épreuve de remplacement du 7 septembre 2026

## Structure de l'épreuve

|                 |                                                 |            |
|-----------------|-------------------------------------------------|------------|
| <b>Partie 1</b> | Automatismes (calculatrice non autorisée)       | 6 points   |
| <b>Partie 2</b> | Raisonnement et résolution de problèmes         | 14 points  |
|                 | Exercice 1 — Probabilités & fréquences (boules) | 3,5 points |
|                 | Exercice 2 — Symétrie, Pythagore & Thalès       | 4 points   |
|                 | Exercice 3 — Statistiques, tableur & Scratch    | 3 points   |
|                 | Exercice 4 — Vitesse, symétrie & budget         | 1,5 point  |
|                 | (dont rédaction)                                | 2 points   |

Durée : 2 heures — Coefficient : 2. La calculatrice est interdite en Partie 1, autorisée en Partie 2.

## Partie 1 — Automatismes

6 points

Pour chaque question, on indique la réponse correspondante. Aucune justification n'est attendue en Partie 1 (les justifications ci-dessous sont fournies à titre pédagogique). Pour les QCM, une seule réponse est exacte.

### Question 1 — Réduction d'une expression littérale

Réduire l'expression  $A = 4x + 3x$ .

#### Réponse

Les deux termes ont la même partie littérale  $x$  : ce sont des termes semblables, on additionne donc leurs coefficients :

$$A = 4x + 3x = (4 + 3)x = 7x.$$

$$A = 7x.$$

### Question 2 — Médiane d'une série

Déterminer la médiane de la série : 8 ; 18 ; 17 ; 3 ; 7.

#### Réponse

On range les cinq valeurs dans l'ordre croissant :

$$3 ; 7 ; 8 ; 17 ; 18.$$

La série comporte cinq valeurs : la médiane est la troisième, celle du milieu.

**La médiane de la série est 8.**

### Question 3 — Pourcentage

Calculer 25 % de 160 €.

#### Réponse

Prendre 25 % d'un nombre revient à le multiplier par  $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ , c'est-à-dire à en prendre le quart :

$$\frac{25}{100} \times 160 = \frac{160}{4} = 40.$$

**25 % de 160 € valent 40 €.**

### Question 4 — Somme des angles d'un triangle

Un triangle a un angle de  $60^\circ$  et un autre de  $100^\circ$ . Déterminer la mesure du troisième angle.

#### Réponse

Dans un triangle, la somme des mesures des trois angles est égale à  $180^\circ$ . On soustrait donc les deux angles connus :

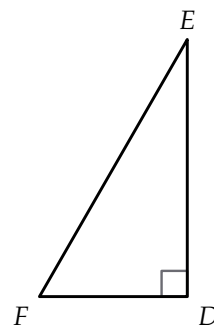
$$180 - (60 + 100) = 180 - 160 = 20.$$

**Le troisième angle mesure  $20^\circ$ .**

**Question 5 — Cosinus d'un angle**

Compléter par des longueurs des côtés du triangle  $DEF$ , rectangle en  $D$ , pour que l'égalité soit vraie :

$$\cos(\widehat{DEF}) = \frac{\dots}{\dots}$$

**Réponse**

Le triangle  $DEF$  est rectangle en  $D$  : son hypoténuse est  $[EF]$ , le côté opposé à l'angle droit. Pour l'angle de sommet  $E$ , le côté adjacent est  $[ED]$ . Le cosinus est le quotient du côté adjacent par l'hypoténuse :

$$\cos(\widehat{DEF}) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{ED}{EF}.$$

$$\cos(\widehat{DEF}) = \frac{ED}{EF} \text{ (ou, ce qui revient au même, } \frac{DE}{FE} \text{ )}.$$

**Question 6 — Développer et réduire**

Développer et réduire  $a(3a - 2)$ .

**Réponse**

On utilise la distributivité de la multiplication sur la soustraction :  $k(b - c) = kb - kc$ , avec  $k = a$  :

$$a(3a - 2) = a \times 3a - a \times 2 = 3a^2 - 2a.$$

$$a(3a - 2) = 3a^2 - 2a.$$

**Question 7 — Critère de divisibilité par 3 (QCM)**

Quel élève a correctement justifié que 4 836 est divisible par 3 ?

**Réponse**

Le critère de divisibilité par 3 porte sur la *somme des chiffres* du nombre, et non sur son chiffre des unités ni sur sa parité. Ici :

$$4 + 8 + 3 + 6 = 21 = 3 \times 7,$$

et 21 est bien divisible par 3 : donc 4 836 l'est aussi.

**C'est l'élève 2 : « la somme des chiffres de 4 836 est divisible par 3 ».**

**Question 8 — Aire d'un disque (QCM)**

Quel calcul donne l'aire, en  $\text{cm}^2$ , d'un disque de diamètre 6 cm ?

**Réponse**

L'aire d'un disque de rayon  $r$  vaut  $\pi \times r^2$  (le calcul  $2 \times \pi \times r$  donne, lui, le *périmètre*). Le

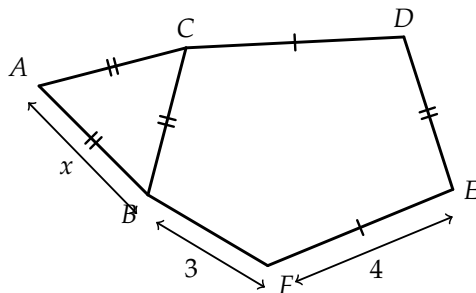
rayon est la moitié du diamètre :

$$r = \frac{6}{2} = 3 \quad \text{donc} \quad \mathcal{A} = \pi \times 3^2.$$

Le calcul exact est  $\pi \times 3^2$  (soit environ 28,3 cm<sup>2</sup>).

### Question 9 — Périmètre d'un polygone (QCM)

Quelle expression correspond au périmètre du polygone ACDEFB ?



#### Réponse

Les codages indiquent les longueurs égales. Les segments marqués d'un *double trait* ont tous la même longueur que  $[AB]$ , qui mesure  $x$  :

$$AB = BC = CA = DE = x.$$

Les segments marqués d'un *simple trait* ont tous la même longueur que  $[FE]$ , qui mesure 4 :

$$FE = DC = 4.$$

Enfin  $BF = 3$ . Le périmètre du polygone ACDEFB est la somme des six côtés qui le bordent :

$$\mathcal{P} = AC + CD + DE + EF + FB + BA = x + 4 + x + 4 + 3 + x = 3x + 11.$$

Le périmètre est  $3x + 11$ .

## Partie 2 — Raisonnement et résolution de problèmes 14 points

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf indication contraire. La clarté et la précision des raisonnements ainsi que la rédaction sont évaluées sur **2 points**. Toute trace de recherche, même non aboutie, est prise en compte.

### Exercice 1

3,5 points

Une boîte opaque contient 7 boules blanches identiques et indiscernables au toucher, numérotées de 1 à 7.

1. a. Citer les numéros de boules correspondant à des nombres premiers.

**Réponse**

Un nombre premier est un entier qui possède exactement deux diviseurs : 1 et lui-même. On examine les sept numéros :

- 1 n'a qu'un seul diviseur : il n'est *pas* premier ;
- 2, 3, 5 et 7 n'ont que 1 et eux-mêmes comme diviseurs : ils sont premiers ;
- $4 = 2 \times 2$ ,  $6 = 2 \times 3$  : ils ne sont pas premiers.

**Les boules portant un numéro premier sont les boules 2, 3, 5 et 7.**

**b. Vérifier que la probabilité d'obtenir une boule dont le numéro est un nombre premier est  $\frac{4}{7}$ .**

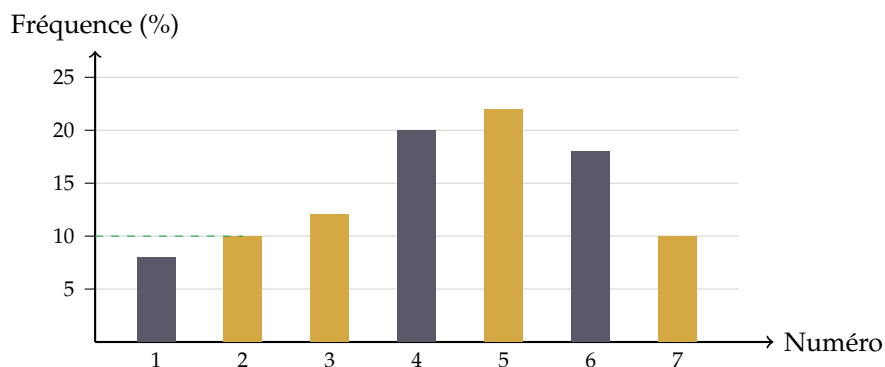
**Réponse**

Les boules sont identiques et indiscernables au toucher : le tirage est équiprobable. La probabilité est donc le quotient du nombre de cas favorables par le nombre total de cas. Il y a 4 boules favorables (les numéros 2, 3, 5, 7) sur 7 boules au total :

$$p = \frac{4}{7}.$$

**La probabilité d'obtenir un numéro premier est bien  $\frac{4}{7}$ .**

**2. a. Déterminer, à l'aide du diagramme, la fréquence d'apparition de la boule numéro 2.**



*En doré : les boules dont le numéro est premier.*

**Réponse**

On repère le bâton correspondant au numéro 2 et on lit son sommet sur l'axe vertical.

**La fréquence d'apparition de la boule numéro 2 est de 10 %.**

**b. Vérifier que la somme des fréquences d'apparition des boules dont le numéro est premier vaut 54 %.**

**Réponse**

On lit sur le diagramme les fréquences des boules 2, 3, 5 et 7, puis on les additionne :

$$10 + 12 + 22 + 10 = 54.$$

La somme des fréquences des numéros premiers est bien égale à 54 %.

3. a. Montrer que  $\frac{4}{7}$  n'est pas égal à 54 %.

**Réponse**

On écrit les deux nombres sous la même forme, en valeur décimale approchée :

$$\frac{4}{7} \approx 0,571 \quad \text{alors que} \quad 54\% = \frac{54}{100} = 0,54.$$

Comme  $0,571 \neq 0,54$ , les deux nombres sont différents :  $\frac{4}{7}$  représente environ 57,1 %.

Autre méthode : on compare les deux fractions par produits en croix :

$$4 \times 100 = 400 \quad \text{et} \quad 7 \times 54 = 378.$$

Ces deux produits sont différents, donc  $\frac{4}{7} \neq \frac{54}{100}$ .

La fréquence observée (54 %) n'est pas égale à la probabilité  $\frac{4}{7} \approx 57,1\%$ .

b. Expliquer pourquoi la probabilité et la fréquence observée ne donnent pas la même valeur.

**Réponse**

La probabilité est une valeur *théorique*, calculée à partir de la composition de la boîte : elle ne dépend pas de l'expérience réalisée. La fréquence, elle, est une valeur *observée*, obtenue à partir d'un nombre fini de répétitions (100 tirages ici) : elle varie d'une série d'expériences à l'autre. C'est le phénomène de *fluctuation d'échantillonnage*.

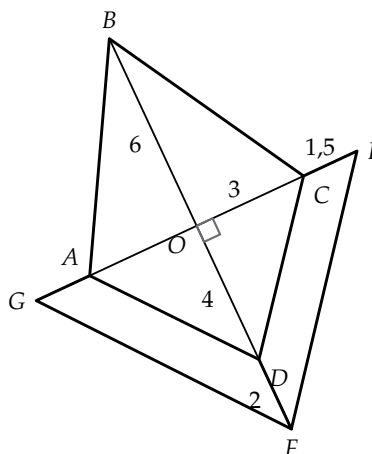
D'après la loi des grands nombres, la fréquence observée se rapproche de la probabilité lorsque le nombre de répétitions devient très grand : avec 100 tirages seulement, un écart de quelques points de pourcentage est tout à fait normal.

**L'écart s'explique par la fluctuation d'échantillonnage : 100 répétitions ne suffisent pas pour que la fréquence coïncide avec la probabilité.**

## Exercice 2

4 points

Les points  $G, A, O, C, E$  sont alignés, ainsi que les points  $B, O, D, F$ . Le triangle  $COD$  est rectangle en  $O$ . On donne  $OD = 4$  cm,  $OB = 6$  cm,  $OC = 3$  cm,  $CE = 1,5$  cm et  $DF = 2$  cm. La droite  $(BF)$  est un axe de symétrie de la figure, qui n'est pas en vraie grandeur.

1. Justifier que  $OA = 3$  cm.

## Réponse

La droite  $(BF)$  est un axe de symétrie de la figure. Le point  $O$  appartient à cet axe (car  $B, O, D, F$  sont alignés), et le point  $A$  est le symétrique du point  $C$  par rapport à  $(BF)$  (les points  $G, A, O, C, E$  sont alignés et  $A$  et  $C$  se correspondent de part et d'autre de l'axe).

Or la symétrie axiale conserve les longueurs. Le segment  $[OC]$  a donc pour image le segment  $[OA]$  :

$$OA = OC = 3.$$

La longueur  $OA$  est égale à 3 cm.

2. Construire en vraie grandeur le quadrilatère  $ABCD$ .

## Réponse

Les diagonales  $[AC]$  et  $[BD]$  se coupent en  $O$  perpendiculairement, puisque le triangle  $COD$  est rectangle en  $O$ . On connaît les quatre distances à  $O$  :

$$OA = OC = 3 \text{ cm}; \quad OB = 6 \text{ cm}; \quad OD = 4 \text{ cm}.$$

## Programme de construction :

- tracer un segment  $[AC]$  de 6 cm et placer son milieu  $O$  ;
- tracer la perpendiculaire à  $(AC)$  passant par  $O$  ;
- sur cette perpendiculaire, placer  $B$  à 6 cm de  $O$  d'un côté, et  $D$  à 4 cm de  $O$  de l'autre côté ;
- relier  $A, B, C$  et  $D$ .

Le quadrilatère obtenu a deux paires de côtés consécutifs de même longueur : c'est un cerf-volant.

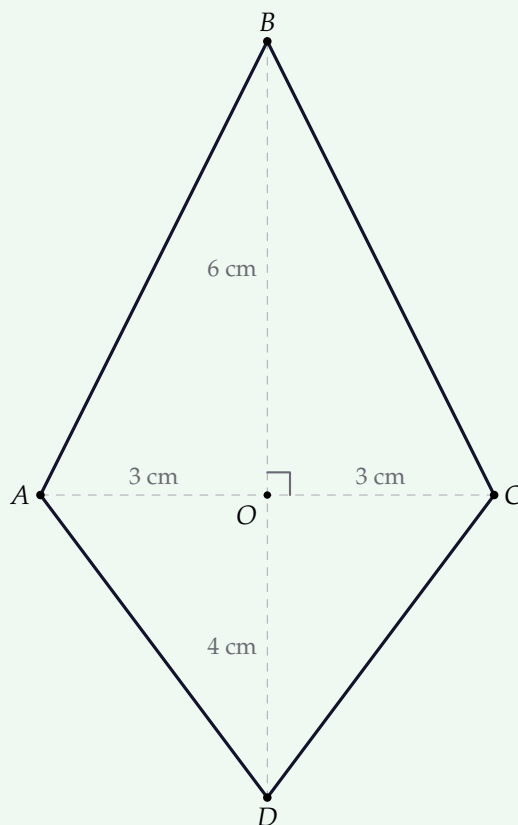


Figure en vraie grandeur.

**$ABCD$  est un cerf-volant de diagonales perpendiculaires  $AC = 6$  cm et  $BD = 10$  cm.**

**3. En se plaçant dans le triangle  $OFE$ , calculer la longueur  $FE$ .**

#### Réponse

On calcule d'abord les deux côtés de l'angle droit. Les points  $O, D, F$  sont alignés dans cet ordre, de même que  $O, C, E$  :

$$OF = OD + DF = 4 + 2 = 6; \quad OE = OC + CE = 3 + 1,5 = 4,5.$$

Le triangle  $COD$  étant rectangle en  $O$ , les droites  $(GE)$  et  $(BF)$  sont perpendiculaires : le triangle  $OFE$  est donc lui aussi rectangle en  $O$ , d'hypoténuse  $[FE]$ . D'après le théorème de Pythagore :

$$FE^2 = OF^2 + OE^2 = 6^2 + 4,5^2 = 36 + 20,25 = 56,25.$$

On en déduit  $FE = \sqrt{56,25} = 7,5$ .

**La longueur  $FE$  est égale à 7,5 cm.**

**4. Démontrer que les droites  $(CD)$  et  $(EF)$  sont parallèles.**

#### Réponse

Les points  $O, C, E$  sont alignés dans cet ordre et les points  $O, D, F$  sont alignés dans le même

ordre. On compare les deux quotients :

$$\frac{OC}{OE} = \frac{3}{4,5} = \frac{30}{45} = \frac{2}{3} \quad \text{et} \quad \frac{OD}{OF} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

Ces deux quotients sont égaux, et les points sont alignés dans le même ordre : d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites  $(CD)$  et  $(EF)$  sont parallèles.

**Les droites  $(CD)$  et  $(EF)$  sont parallèles.**

### Exercice 3

3 points

Le tableau donne les températures moyennes annuelles à Paris, en degré Celsius, de 2015 à 2024.

| Année      | 2015  | 2016  | 2017  | 2018  | 2019  | 2020  | 2021         | 2022         | 2023  | 2024  |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------------|--------------|-------|-------|
| Temp. (°C) | 13,47 | 12,87 | 13,39 | 13,91 | 13,66 | 14,28 | <b>12,86</b> | <b>14,30</b> | 14,27 | 13,50 |

1. a. Calculer l'étendue de la série des températures moyennes annuelles de 2015 à 2024.

#### Réponse

L'étendue est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur de la série. La température maximale est 14,30 °C (en 2022) et la minimale est 12,86 °C (en 2021) :

$$14,30 - 12,86 = 1,44.$$

L'étendue de la série est 1,44 °C.

b. Recopier la formule à saisir en cellule L2 pour obtenir la température minimale de 2015 à 2024.

#### Réponse

Les températures sont inscrites sur la **ligne 2**, des colonnes B à K (la colonne A contient l'intitulé, la colonne L contiendra le résultat : elle ne doit donc pas figurer dans la plage). La plage à traiter est ainsi B2:K2.

**La formule est** =MIN(B2:K2).

2. De 10,73 °C en 1924 à 13,50 °C en 2024, l'augmentation est-elle supérieure à 25 % ?

#### Réponse

On calcule le taux d'évolution, c'est-à-dire le quotient de la variation par la valeur de départ, multiplié par 100 :

$$\frac{13,50 - 10,73}{10,73} \times 100 = \frac{2,77}{10,73} \times 100 \approx 25,8.$$

L'augmentation est d'environ 25,8 %, ce qui est supérieur à 25 %.

Autre méthode : on calcule ce que vaudrait une augmentation de 25 %, en multipliant par le coefficient  $1 + \frac{25}{100} = 1,25$  :

$$10,73 \times 1,25 = 13,4125.$$

Or  $13,50 > 13,4125$  : l'augmentation réelle dépasse donc bien 25 %.

**L'élève a raison : l'augmentation, d'environ 25,8 %, est supérieure à 25 %.**

**3. Vérifier que la température moyenne estimée à Paris en 2034 est de  $13,75\text{ }^{\circ}\text{C}$ .**

**Réponse**

De 2024 à 2034, il s'écoule  $2034 - 2024 = 10$  années. La température augmente de  $0,025\text{ }^{\circ}\text{C}$  par an, soit une hausse totale de  $10 \times 0,025 = 0,25\text{ }^{\circ}\text{C}$ . On ajoute cette hausse à la température de 2024 :

$$13,50 + 10 \times 0,025 = 13,50 + 0,25 = 13,75.$$

**La température moyenne estimée en 2034 est bien de  $13,75\text{ }^{\circ}\text{C}$ .**

**4. (Question algorithmique) L'utilisateur choisit 2044. Quelle valeur est stockée dans la variable Nombre d'années d'écart ?**

**Réponse**

Le programme met la variable Nombre d'années d'écart à réponse – 2024, où réponse est le nombre saisi par l'utilisateur. Avec 2044 :

$$2044 - 2024 = 20.$$

**La variable Nombre d'années d'écart contient la valeur 20.**

*Remarque : le programme afficherait alors  $13,5 + 0,025 \times 20 = 14$ , soit une température estimée de  $14\text{ }^{\circ}\text{C}$  en 2044.*

**5. a. Résoudre l'équation  $13,5 + 0,025x = 15$ .**

**Réponse**

$$\begin{aligned} 13,5 + 0,025x &= 15 \\ \iff 0,025x &= 15 - 13,5 \\ \iff 0,025x &= 1,5 \\ \iff x &= \frac{1,5}{0,025} = 60. \end{aligned}$$

**L'unique solution de l'équation est  $x = 60$ .**

**b. En quelle année la température moyenne annuelle à Paris sera-t-elle estimée à  $15\text{ }^{\circ}\text{C}$  ?**

**Réponse**

Dans le modèle,  $x$  désigne le nombre d'années écoulées depuis 2024. La solution  $x = 60$  signifie qu'il faut 60 ans après 2024 :

$$2024 + 60 = 2084.$$

**La température moyenne annuelle à Paris serait estimée à  $15\text{ }^{\circ}\text{C}$  en 2084.**

**Exercice 4**

1,5 point

Riley se rend à Madrid en voiture et emprunte des autoroutes à péage.

1. Le trajet dure 10 heures pour 950 km. Calculer la vitesse moyenne.

**Réponse**

La vitesse moyenne est le quotient de la distance parcourue par la durée du trajet :

$$v = \frac{d}{t} = \frac{950}{10} = 95.$$

La vitesse moyenne du trajet est de 95 km/h.

2. Indiquer les numéros des panneaux possédant un centre de symétrie.

**Réponse**

Un panneau possède un centre de symétrie si, après un demi-tour (rotation d'un demi-tour autour d'un point), il se superpose exactement à lui-même.

| Panneau 1                                                                          | Panneau 2                                                                          | Panneau 3                                                                          | Panneau 4                                                                          | Panneau 5                                                                           | Panneau 6                                                                            |
|------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  |  |  |  |  |
| oui                                                                                | non                                                                                | non                                                                                | non                                                                                | oui                                                                                 | oui                                                                                  |

On examine chaque panneau, le centre envisagé étant à chaque fois le centre du disque, du triangle ou du carré :

- **Panneau 1** (sens interdit) : le disque et la barre blanche horizontale, centrée, se superposent après un demi-tour — **il a un centre de symétrie** ;
- **Panneau 2** (véhicules transportant des marchandises dangereuses) : le dessin du camion se retrouverait à l'envers — pas de centre de symétrie ;
- **Panneau 3** (interdiction de dépasser) : les deux voitures seraient retournées, et de plus elles ne sont pas identiques — pas de centre de symétrie ;
- **Panneau 4** (intersection ; priorité à droite) : le contour est un triangle, et un triangle n'a jamais de centre de symétrie — pas de centre de symétrie ;
- **Panneau 5** (arrêt et stationnement interdits) : le disque et la croix formée par les deux diagonales se superposent après un demi-tour — **il a un centre de symétrie** ;
- **Panneau 6** (route prioritaire) : le carré et le losange inscrit, de même centre, se superposent après un demi-tour — **il a un centre de symétrie**.

Les panneaux possédant un centre de symétrie sont les panneaux 1, 5 et 6.

3. a. Calculer la distance totale parcourue pour le trajet aller-retour.

**Réponse**

Le trajet aller-retour correspond à deux fois la distance entre le domicile et Madrid :

$$2 \times 950 = 1\,900.$$

La distance totale parcourue est de 1 900 km.

b. Le budget de Riley est de 311 €. Est-il suffisant pour le trajet aller-retour ?

**Réponse**

**Étape 1 — Le carburant consommé.** La consommation est de 5,5 L pour 100 km : les quantités sont proportionnelles aux distances. Pour 1 900 km :

$$\frac{1\,900}{100} \times 5,5 = 19 \times 5,5 = 104,5.$$

Il faut donc 104,5 litres de gazole.

**Étape 2 — Le coût du carburant.** Le prix moyen est de 1,70 € le litre :

$$104,5 \times 1,70 = 177,65.$$

**Étape 3 — Le coût des péages.** Le péage coûte 65 € à l'aller et 65 € au retour :

$$65 + 65 = 130.$$

**Étape 4 — Le budget total.** On additionne les deux dépenses, puis on compare au budget :

$$177,65 + 130 = 307,65 \quad \text{et} \quad 307,65 < 311.$$

Le coût du trajet est inférieur au budget disponible. Il reste même  $311 - 307,65 = 3,35$  €.

**Le budget de 311 € est suffisant : le trajet aller-retour revient à 307,65 €.**