

DNB 2026 — Polynésie

Corrigé détaillé — Série générale — Sujet 26GENMATPO1

Structure de l'épreuve

Partie 1	Automatismes (calculatrice non autorisée)	6 points — 20 min
Partie 2	Raisonnement et résolution de problèmes	14 points — 1h40
	Exercice 1 — Périmètres, tableur & algorithmique	4 points
	Exercice 2 — Géométrie (Pythagore, trigonométrie)	4 points
	Exercice 3 — Jeux Olympiques (repérage, durées, volume)	4 points
	(dont rédaction)	2 points

Partie 1 — Automatismes

6 points — 20 min

Pour chaque question, on indique la réponse correspondante. Aucune justification n'est attendue en Partie 1 (les justifications ci-dessous sont fournies à titre pédagogique). Pour les QCM, une seule réponse est exacte.

Question 1 — Médiane d'une série

Série : 12 ; 9 ; 7 ; 23 ; 9 ; 25 ; 7.

Réponse

Médiane = 9.

On range les sept valeurs dans l'ordre croissant :

$$7 ; 7 ; 9 ; \boxed{9} ; 12 ; 23 ; 25.$$

Il y a 7 valeurs (nombre impair) : la médiane est la valeur du milieu, c'est-à-dire la 4^e valeur, soit 9.

Question 2 — Notation scientifique

Donner la notation scientifique de 0,000457.

Réponse

$$0,000457 = 4,57 \times 10^{-4}.$$

On place la virgule juste après le premier chiffre non nul (4) et on compte le nombre de rangs de décalage : la virgule se déplace de 4 rangs vers la droite, d'où l'exposant -4 .

Question 3 — Aire d'un triangle rectangle

Triangle ABC rectangle en B , avec $AB = 8$ cm, $BC = 6$ cm (et $AC = 10$ cm).

Réponse

$$\text{Aire} = 24 \text{ cm}^2.$$

Le triangle est rectangle en B : les deux côtés de l'angle droit sont $[AB]$ et $[BC]$. L'aire vaut donc :

$$\mathcal{A} = \frac{AB \times BC}{2} = \frac{8 \times 6}{2} = \frac{48}{2} = 24 \text{ cm}^2.$$

Question 4 — Probabilité

Une boîte opaque contient 6 beignets à l'abricot, 5 à la pomme et 4 à la framboise. On en pioche un au hasard.

Réponse

$$P(\text{framboise}) = \frac{4}{15}.$$

Les beignets sont indiscernables au toucher : le tirage est équiprobable. Il y a $6 + 5 + 4 = 15$ beignets, dont 4 à la framboise :

$$P(\text{framboise}) = \frac{\text{nombre de beignets framboise}}{\text{nombre total}} = \frac{4}{15}.$$

Question 5 — Baisse de pourcentage

Un article coûte 800 €. Son prix baisse de 10 %.

Réponse

Prix après réduction = 720 €.

Baisser de 10 % revient à multiplier par $1 - \frac{10}{100} = 0,9$:

$$800 \times 0,9 = 720 \text{ €.}$$

(On peut aussi calculer la baisse $\frac{10}{100} \times 800 = 80$ €, puis $800 - 80 = 720$ €.)

Question 6 — Développer et réduire

Développer et réduire $B = 4y(3y - 1)$.

Réponse

$$B = 12y^2 - 4y.$$

On distribue $4y$:

$$B = 4y \times 3y - 4y \times 1 = 12y^2 - 4y.$$

Question 7 — Conversion (QCM)

Compléter : 3,57 L = cm³.

Réponse

Réponse D : 3 570 cm³.

On sait que 1 L = 1 dm³ = 1 000 cm³. Donc :

$$3,57 \text{ L} = 3,57 \times 1\,000 = 3\,570 \text{ cm}^3.$$

Question 8 — Image par une fonction affine (QCM)

f est la fonction affine définie par $f(x) = 3x - 5$. Donner l'image de 4.

Réponse

Réponse B : 7.

On remplace x par 4 :

$$f(4) = 3 \times 4 - 5 = 12 - 5 = 7.$$

Question 9 — Nature d'un quadrilatère (QCM)

$ABCD$ est tracé à main levée ; déterminer sa nature à partir des codages.

Réponse

Réponse D : un parallélogramme.

Les codages indiquent que les deux diagonales se coupent en leur milieu (les demi-diagonales sont égales deux à deux). Or un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu est un parallélogramme.

Aucun codage ne signale des diagonales de même longueur (ce qui donnerait un rectangle), ni des diagonales perpendiculaires (ce qui donnerait un losange) : c'est donc un parallélogramme.

« quelconque ».

Partie 2 — Raisonnement et résolution de problèmes

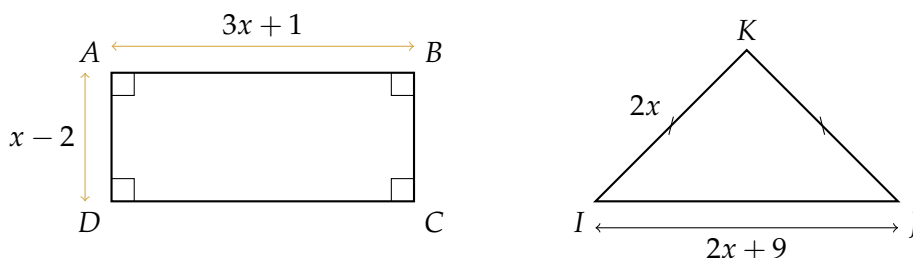
14 points

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf indication contraire. La clarté et la précision des raisonnements ainsi que la rédaction sont évaluées sur 2 points. Toute trace de recherche, même non aboutie, est prise en compte.

Exercice 1

4 points

Dans cet exercice, x désigne un nombre supérieur ou égal à 5. On considère un rectangle $ABCD$ et un triangle isocèle IJK :



Partie A

1. a. Calculer la longueur AB pour $x = 10$.

Réponse

La longueur AB est donnée par $3x + 1$. Pour $x = 10$:

$$AB = 3 \times 10 + 1 = 30 + 1 = 31 \text{ cm.}$$

- b. Justifier que le périmètre du rectangle $ABCD$ vaut 78 pour $x = 10$.

Réponse

Pour $x = 10$: $AB = 31$ cm et $AD = x - 2 = 10 - 2 = 8$ cm. Le périmètre d'un rectangle vaut $2 \times (\text{Longueur} + \text{largeur})$:

$$\mathcal{P} = 2 \times (AB + AD) = 2 \times (31 + 8) = 2 \times 39 = 78 \text{ cm.}$$

Le périmètre vaut bien 78 cm pour $x = 10$.

2. Montrer que le périmètre du rectangle $ABCD$, en fonction de x , est $8x - 2$.

Réponse

On a $AB = 3x + 1$ et $AD = x - 2$. Donc :

$$\mathcal{P} = 2((3x + 1) + (x - 2)) = 2(4x - 1) = 8x - 2.$$

Le périmètre du rectangle $ABCD$ est bien $8x - 2$.

Partie B

Nour a exprimé le périmètre du triangle isocèle IJK en fonction de x et a obtenu $6x + 9$.

Nour cherche la valeur de x pour laquelle les deux périmètres sont égaux. Elle utilise le programme Scratch ci-dessous :

```

quand ► cliqué
  demander « Combien vaut x ? » et attendre
  mettre x à réponse
  mettre Périmètre ABCD à  $(8 \times x - 2)$ 
  mettre Périmètre IJK à  $(6 \times x + 9)$ 
  si  $\langle$  Périmètre ABCD = Périmètre IJK  $\rangle$  alors
    dire « Les deux périmètres sont égaux » pendant 2 secondes
  sinon
    dire « Les deux périmètres ne sont pas égaux » pendant 2 secondes

```

1. Question algorithmique : que renvoie le programme si Nour saisit 7 ?

Réponse

On calcule les deux périmètres pour $x = 7$:

$$\text{Périmètre ABCD} = 8 \times 7 - 2 = 54; \quad \text{Périmètre IJK} = 6 \times 7 + 9 = 51.$$

Comme $54 \neq 51$, la condition est fautive : le programme affiche « Les deux périmètres ne sont pas égaux » pendant 2 secondes.

2. a. Recopier la formule saisie dans la cellule B2 avant de l'étirer vers le bas.

Nour affiche dans un tableur le périmètre du rectangle $(8x - 2)$ et celui du triangle $(6x + 9)$ pour plusieurs valeurs de x :

	A	B	C
1	x	Périmètre de ABCD	Périmètre de IJK
2	5	38	39
3	6	46	45
4	7	54	51
5	8	62	57
⋮	⋮	⋮	⋮

Réponse

Réponse : **=8*A2-2**.

La valeur de x se trouve en colonne A (cellule A2) ; la formule du périmètre du rectangle est $8x - 2$. En B2 on saisit donc **=8*A2-2**, puis on l'étire vers le bas (la référence A2 devient A3, A4, ...).

b. Nour affirme : « s'il existe une valeur de x pour laquelle les deux périmètres sont égaux, elle est comprise entre 5 et 6. » Expliquer son raisonnement.

Réponse

On observe la feuille de calcul :

- pour $x = 5$: Périmètre ABCD = 38 et Périmètre IJK = 39, donc ABCD < IJK ;
- pour $x = 6$: Périmètre ABCD = 46 et Périmètre IJK = 45, donc ABCD > IJK.

Entre $x = 5$ et $x = 6$, le périmètre du rectangle passe en dessous puis au-dessus de celui du triangle. Les deux périmètres ($8x - 2$ et $6x + 9$) varient régulièrement (fonctions affines), ils sont nécessairement égaux pour une valeur de x comprise entre 5 et 6.

3. Résoudre l'équation $8x - 2 = 6x + 9$ pour déterminer la valeur exacte de x .

Réponse

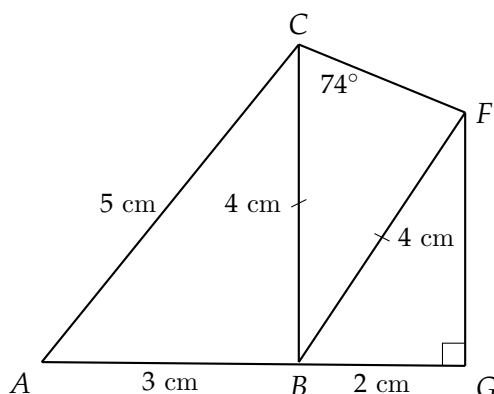
$$\begin{aligned} 8x - 2 &= 6x + 9 \\ \Leftrightarrow 8x - 6x &= 9 + 2 \\ \Leftrightarrow 2x &= 11 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{11}{2} = 5,5. \end{aligned}$$

Pour $x = 5,5$, le périmètre du rectangle et celui du triangle sont égaux. Cette valeur est bien comprise entre 5 et 6, ce qui confirme l'observation de la question précédente.

Exercice 2

4 points

On donne la figure ci-dessous (BGF est un triangle rectangle en G). On dispose de : $AC = 5$ cm, $BC = 4$ cm, $AB = 3$ cm, $BG = 2$ cm, $\widehat{BCF} = 74^\circ$, et $BF = 4$ cm (codage).



La figure n'est pas en vraie grandeur.

But de l'exercice : déterminer si les points A , B et G sont alignés.

1. a. Justifier que l'angle \widehat{CFB} mesure 74° .

Réponse

Dans le triangle CBF , le codage indique $BC = BF = 4$ cm : le triangle CBF est isocèle en B . Les angles à la base $[CF]$ sont donc égaux :

$$\widehat{CFB} = \widehat{BCF} = 74^\circ.$$

b. Calculer la mesure de l'angle \widehat{CBF} .

Réponse

La somme des angles d'un triangle vaut 180° . Dans le triangle CBF :

$$\widehat{CBF} = 180^\circ - \widehat{BCF} - \widehat{CFB} = 180^\circ - 74^\circ - 74^\circ = 32^\circ.$$

2. Démontrer que le triangle ABC est un triangle rectangle.

Réponse

Dans le triangle ABC , le plus grand côté est $[AC]$. On compare AC^2 et $AB^2 + BC^2$:

$$AC^2 = 5^2 = 25; \quad AB^2 + BC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25.$$

On a $AC^2 = AB^2 + BC^2$: d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B .

3. Dans le triangle rectangle BGF , calculer la mesure de l'angle \widehat{FBG} .

Réponse

Le triangle BGF est rectangle en G , donc l'hypoténuse est $[BF]$. Pour l'angle \widehat{FBG} (en B), le côté $[BG]$ est le côté adjacent :

$$\cos(\widehat{FBG}) = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{BG}{BF} = \frac{2}{4} = 0,5.$$

Donc $\widehat{FBG} = \arccos(0,5) = 60^\circ$.

4. Les points A , B et G sont-ils alignés ? Justifier.

Réponse

Si A , B et G étaient alignés, l'angle \widehat{ABG} serait un angle plat, soit 180° .

Or, autour du point B (du même côté de la droite), les trois angles consécutifs sont \widehat{ABC} , \widehat{CBF} et \widehat{FBG} :

- $\widehat{ABC} = 90^\circ$ (triangle ABC rectangle en B) ;
- $\widehat{CBF} = 32^\circ$ (question 1.b) ;
- $\widehat{FBG} = 60^\circ$ (question 3).

Leur somme vaut :

$$90^\circ + 32^\circ + 60^\circ = 182^\circ.$$

Comme $182^\circ \neq 180^\circ$, l'angle \widehat{ABG} n'est pas un angle plat : les points A , B et G ne sont pas alignés.

Exercice 3

4 points

Les Jeux Olympiques d'été 2024 se sont déroulés en France, sauf l'épreuve de surf, organisée à Tahiti (Polynésie française).

1. Sur la carte, Los Angeles a pour coordonnées approximatives (118°O ; 35°N). Donner, avec la même précision, les coordonnées de Tahiti.

Réponse

Tahiti $\approx (150^\circ \text{O}$; $15^\circ \text{S})$.

Sur le planisphère, Tahiti se situe à l'ouest du méridien de Greenwich, près de la graduation 150° de longitude Ouest, et au sud de l'équateur, vers 15° de latitude Sud.

(Toute lecture cohérente avec la carte est acceptée, par exemple une latitude entre 15°S et 18°S .)

2. Le trajet (Vol 1 Paris–Los Angeles, attente, Vol 2 Los Angeles–Tahiti) a duré 22 h 10 min, dont 2 h 20 min d'attente à Los Angeles. Calculer la durée des deux vols (sans le temps d'attente).

Réponse

On retire le temps d'attente de la durée totale :

$$22 \text{ h } 10 \text{ min} - 2 \text{ h } 20 \text{ min}.$$

On ne peut pas retirer 20 min à 10 min : on convertit $22 \text{ h } 10 \text{ min} = 21 \text{ h } 70 \text{ min}$. Alors :

$$21 \text{ h } 70 \text{ min} - 2 \text{ h } 20 \text{ min} = 19 \text{ h } 50 \text{ min}.$$

Les deux vols ont duré au total 19 h 50 min.

3. Une médaille olympique est modélisée par un cylindre de hauteur 0,92 cm et de diamètre 8,5 cm. L'argent a une masse volumique de $10,5 \text{ g/cm}^3$. (Volume d'un cylindre = $\pi \times R^2 \times h$.)

a. Montrer que le volume de la médaille, arrondi au dixième, vaut environ $52,2 \text{ cm}^3$.

Réponse

Le rayon vaut $R = \frac{8,5}{2} = 4,25 \text{ cm}$. D'où :

$$V = \pi \times R^2 \times h = \pi \times 4,25^2 \times 0,92 = \pi \times 18,0625 \times 0,92 \approx 52,2 \text{ cm}^3.$$

Le volume de la médaille est bien d'environ $52,2 \text{ cm}^3$.

b. Calculer la masse d'argent de la médaille (en g), arrondie à l'unité.

Réponse

La masse se déduit de la masse volumique : masse = masse volumique \times volume.

$$m = 10,5 \times 52,2 \approx 548 \text{ g}.$$

La médaille contient environ 548 g d'argent (arrondi à l'unité).