DIPLÔME NATIONAL DU BREVET – MATHÉMATIQUES

DNB 2026 – Métropole

Corrigé détaillé – Série générale – Sujet 26GENMATME1

Structure de l'épreuve

Partie 1	Automatismes (calculatrice interdite)	6 points – 20 min
Partie 2	Raisonnement et résolution de problèmes	14 points – 1h40
	Exercice 1 – Statistiques (médailles paralympiques)	3 points
	Exercice 2 – Géométrie (Pythagore, Thalès, aire)	4 points
	Exercice 3 – Fonction & volume d'une boule	3 points
	Exercice 4 – Arithmétique (PGCD)	2 points
	(dont rédaction et clarté)	2 points

Partie 1 — Automatismes

6 points – 20 min

Calculatrice interdite. Aucune justification n'est demandée en Partie 1 (les justifications ci-dessous sont là à titre pédagogique.

Question 1 — Écriture fractionnaire

Donner une écriture de $0{,}75$ sous la forme d'une fraction.

Réponse : $0{,}75 = \frac{3}{4}$

$$0{,}75 = \frac{75}{100} = \frac{25 \times 3}{25 \times 4} = \mathbf{\frac{3}{4}}.$$

Calcul astucieux

On mémorise les écritures « quarts » : $0{,}25 = \frac{1}{4}$, $0{,}5 = \frac{2}{4}$, $\mathbf{0{,}75 = \frac{3}{4}}$. Aucune division à poser.

Question 2 — Somme de relatifs

Calculer la somme $-4{,}7 + 3{,}5$.

Réponse : $-1{,}2$

$$-4{,}7 + 3{,}5 = -(4{,}7 - 3{,}5) = \mathbf{-1{,}2}.$$

Calcul astucieux

Les deux nombres sont de signes contraires : on **soustrait** les distances à zéro ($4{,}7 - 3{,}5 = 1{,}2$) et on garde le signe du plus « grand » en valeur absolue, ici le négatif. D'où $-1{,}2$.

Question 3 — Tableau de proportionnalité

Dans le tableau de proportionnalité $6 \to 18$ et $12 \to a$, combien vaut a ?

Réponse : $a = 36$

$$12 = 2 \times 6 \quad \Longrightarrow \quad a = 2 \times 18 = \mathbf{36}.$$

Calcul astucieux

Inutile de chercher le coefficient de proportionnalité : comme on passe de 6 à 12 en **multipliant par** 2, on fait de même sur la deuxième ligne : $18 \times 2 = 36$.

Question 4 — Probabilité (QCM)

10 boules rouges, 4 bleues, 6 vertes : probabilité d'obtenir une boule bleue.

Réponse : B $\frac{4}{20}$

Total de boules : $10 + 4 + 6 = 20$. Le tirage est équiprobable :

$$P(\text{bleue}) = \frac{\text{nombre de boules bleues}}{\text{nombre total de boules}} = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{20}} \left(= \frac{1}{5}\right).$$

Calcul astucieux

Le dénominateur d'une probabilité est **toujours le nombre total** d'issues : ici 20. Cela élimine d'emblée les réponses $\frac{1}{4}$, $\frac{4}{16}$ et $\frac{1}{3}$.

Question 5 — Équation (QCM)

Solution de l'équation $10x + 16 = -64$.

Réponse : C -8

$$10x + 16 = -64 \iff 10x = -80 \iff x = \mathbf{-8}.$$

Calcul astucieux

On isole $10x$ d'abord ($-64 - 16 = -80$), puis diviser par 10 revient à **décaler la virgule** d'un rang : $-80 \div 10 = -8$.

Question 6 — Notation scientifique (QCM)

Notation scientifique du nombre $0{,}00458$.

Réponse : C $4{,}58 \times 10^{-3}$

$$0{,}00458 = \mathbf{4{,}58 \times 10^{-3}}.$$

Calcul astucieux

La notation scientifique impose **un seul chiffre non nul avant la virgule** ($4{,}58$). On compte ensuite les rangs : pour passer de $4{,}58$ à $0{,}00458$, la virgule recule de 3 rangs $\Rightarrow$ exposant -3.

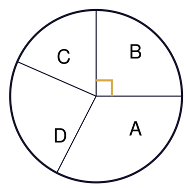
Question 7 — Diagramme circulaire

Diagramme des réponses de 24 élèves ; nombre d'élèves ayant choisi la réponse B.

Réponse : 6 **élèves**

Le secteur « Réponse B » est marqué d'un **angle droit** : il représente $90°$, soit le **quart** du disque ($360°$). Le quart des 24 élèves :

$$\frac{24}{4} = \mathbf{6} \text{ élèves.}$$



Calcul astucieux

Un **angle droit** sur un diagramme circulaire = un quart de l'effectif total. On divise donc directement par 4.

Question 8 — Périmètre d'un rectangle (QCM)

Périmètre d'un rectangle de dimensions 10 mm $\times$ 5 mm.

Réponse : A 30 **mm**

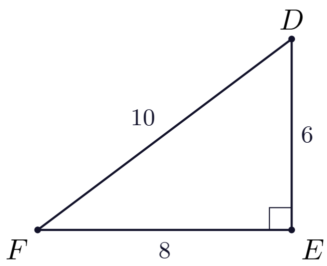
$$\mathcal{P} = 2 \times (\mathsf{L} + \ell) = 2 \times (10 + 5) = 2 \times 15 = \mathbf{30} \text{ mm.}$$

Calcul astucieux

Un périmètre est une **longueur** : son unité est le mm (pas le mm^2, réservé aux aires). Cela élimine aussitôt les réponses en mm^2.

Question 9 — Trigonométrie (QCM)

Cosinus de l'angle $\widehat{EDF}$ dans le triangle DEF rectangle en E, avec $DE = 6$ cm, $EF = 8$ cm et $DF = 10$ cm.



Réponse : B $\frac{3}{5}$

Le triangle est rectangle en E, donc l'hypoténuse est DF. Pour l'angle $\widehat{EDF}$ (sommet D), le côté adjacent est DE :

$$\cos(\widehat{EDF}) = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{DE}{DF} = \frac{6}{10} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{5}}.$$

Calcul astucieux

Phrase repère : « **CAH** » $\Rightarrow$ **C**osinus $=$ **A**djacent / **H**ypoténuse. Le plus grand côté (10) est toujours l'hypoténuse ; on simplifie $\frac{6}{10}$ par 2.

Partie 2 — Raisonnement et résolution de problèmes

14 points

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf indication contraire. La clarté des raisonnements et la rédaction sont évaluées sur **2 points**. Toute trace de recherche est prise en compte.

Exercice 1

Statistiques — 3 points

Médailles obtenues par 9 pays aux Jeux Paralympiques de Paris 2024.

Pays	Or	Argent	Bronze	Total
Chine	94	76	50	220
Grande-Bretagne	49	44	31	124
États-Unis	36	42	27	105
Pays-Bas	27	17	12	56
Brésil	25	26	38	89
Italie	24	15	32	71
Ukraine	22	28	32	82
France	19	28	28	75
Australie	?	17	28	63

1. **Combien de médailles d'or ont été obtenues par les Pays-Bas ?**

Réponse

La lecture directe de la ligne « Pays-Bas », colonne « Or », donne $\mathbf{27}$ médailles d'or.

2. **Calculer le nombre de médailles d'or obtenues par l'Australie.**

Réponse

Le total de l'Australie est 63, réparti en or, argent (17) et bronze (28) :

$$63 - 17 - 28 = 63 - 45 = \mathbf{18} \text{ médailles d'or.}$$

L'Australie a remporté 18 médailles d'or.

3. **« Plus de $20\,\%$ des médailles de la Grande-Bretagne sont en bronze. » Montrer que cette affirmation est vraie.**

Réponse

La Grande-Bretagne a obtenu 31 médailles de bronze sur un total de 124. La proportion de bronze est :

$$\frac{31}{124} = 0{,}25 = \mathbf{25}\,\%.$$

Comme $25\,\% > 20\,\%$, l'affirmation est **vraie**.

Remarque

On peut aussi comparer sans diviser : $20\,\%$ de 124 vaut $\frac{124}{5} = 24{,}8$. Comme $31 > 24{,}8$, le bronze dépasse bien les $20\,\%$.

4. a. **Déterminer la médiane de la série des totaux (colonne « Total »).**

Réponse

On range les 9 totaux dans l'ordre croissant :

$$56\,;\ 63\,;\ 71\,;\ 75\,;\ \mathbf{82}\,;\ 89\,;\ 105\,;\ 124\,;\ 220.$$

La série compte 9 valeurs (nombre impair) : la médiane est la valeur du milieu, c'est-à-dire la 5^{e} valeur. Donc la médiane vaut $\mathbf{82}$.

b. **Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.**

Réponse

Parmi ces 9 pays, au moins la moitié ont obtenu **au plus** 82 **médailles**, et au moins la moitié en ont obtenu **au moins** 82.

5. **Le Brésil est passé de 20 médailles d'argent (Tokyo 2021) à 26 (Paris 2024). Quel est le pourcentage d'augmentation ?**

Réponse

On cherche à quel pourcentage correspond cette augmentation **par rapport à 2021** (20 médailles, soit $100\,\%$). On construit un tableau de proportionnalité :

Nombre de médailles	20	26
Pourcentage	100	x

Par produit en croix :

$$x = \frac{26 \times 100}{20} = \frac{2600}{20} = \mathbf{130}.$$

Si le Brésil avait 100 médailles en 2021, il en aurait eu 130 en 2024, soit 30 médailles de plus. Le nombre de médailles d'argent du Brésil a augmenté de $\mathbf{30}\,\%$.

Calcul astucieux

Comme $20 \times 5 = 100$, on passe de la 1^{re} à la 2^{e} colonne en multipliant par 5. Donc $x = 26 \times 5 = 130\,\%$: pas besoin de produit en croix.

Exercice 2

Géométrie — 4 points

Données : les droites (BD) et (CE) sont sécantes en A ; $(BC) \parallel (DE)$; $AB = 6{,}4$ cm, $AC = 4{,}8$ cm, $AD = 4{,}8$ cm et $BC = 8$ cm.

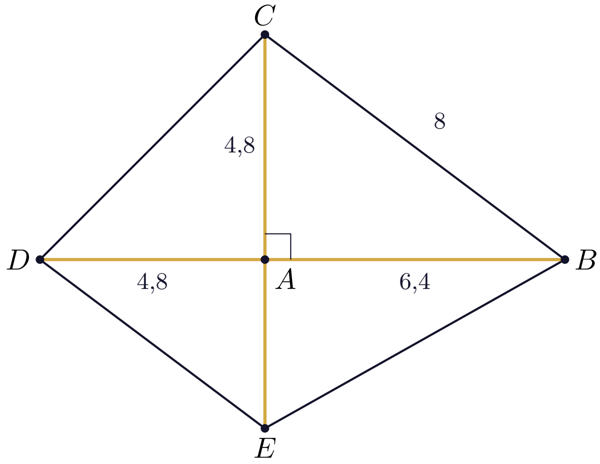


Figure non représentée en vraie grandeur.

1. Montrer que le triangle ABC est rectangle en A.

Réponse

Dans le triangle ABC, le côté le plus long est $BC = 8$ cm. On compare :

$$BC^2 = 8^2 = 64,$$

$$AB^2 + AC^2 = 6{,}4^2 + 4{,}8^2 = 40{,}96 + 23{,}04 = 64.$$

On constate que $BC^2 = AB^2 + AC^2$. D'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle ABC est **rectangle en** A.

2. Montrer que $DE = 6$ cm et $AE = 3{,}6$ cm.

Réponse

Les points D, A, B sont alignés (droite (BD)) et les points C, A, E sont alignés (droite (CE)). De plus $(BC) \parallel (DE)$. D'après le **théorème de Thalès** :

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}.$$

On calcule le rapport :

$$\frac{AD}{AB} = \frac{4{,}8}{6{,}4} = \frac{3}{4} = 0{,}75.$$

On en déduit :

$$DE = BC \times \frac{AD}{AB} = 8 \times 0{,}75 = \mathbf{6} \text{ cm},$$

$$AE = AC \times \frac{AD}{AB} = 4{,}8 \times 0{,}75 = \mathbf{3{,}6} \text{ cm}.$$

3. Montrer que les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ADE}$ sont égaux.

Réponse

Les droites (BC) et (DE) sont **parallèles**, et la droite (BD) est une sécante qui les coupe respectivement en B et en D. Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ADE}$ sont alors des **angles alternes-internes**. Or deux angles alternes-internes déterminés par deux droites parallèles et une sécante sont égaux. Donc $\widehat{ABC} = \widehat{ADE}$.

4. Montrer que les triangles ABC et ADE sont semblables.

Réponse

Comparons les angles des deux triangles :

— $\widehat{BAC} = \widehat{DAE}$: ce sont des **angles opposés par le sommet** (car D, A, B alignés et C, A, E alignés) ;

— $\widehat{ABC} = \widehat{ADE}$ d'après la question **3**.

Les triangles ABC et ADE ont **deux angles égaux deux à deux** : ils sont donc **semblables**.

Remarque

On peut aussi invoquer Thalès (question 2) : les côtés sont proportionnels dans le rapport $\frac{3}{4}$, ce qui suffit à conclure que les triangles sont semblables.

5. Déterminer l'aire du quadrilatère $BCDE$.

Réponse

Les diagonales découpent $BCDE$ en quatre triangles rectangles en A :

$$\mathcal{A} = \tfrac{1}{2} \times AB \times AC + \tfrac{1}{2} \times AD \times AC + \tfrac{1}{2} \times AD \times AE + \tfrac{1}{2} \times AE \times AB$$

$$\begin{aligned}\mathcal{A} &= \tfrac{1}{2}(6{,}4)(4{,}8) + \tfrac{1}{2}(4{,}8)(4{,}8) + \tfrac{1}{2}(4{,}8)(3{,}6) + \tfrac{1}{2}(3{,}6)(6{,}4) \\ &= 15{,}36 + 11{,}52 + 8{,}64 + 11{,}52 = 47{,}04 \text{ cm}^2.\end{aligned}$$

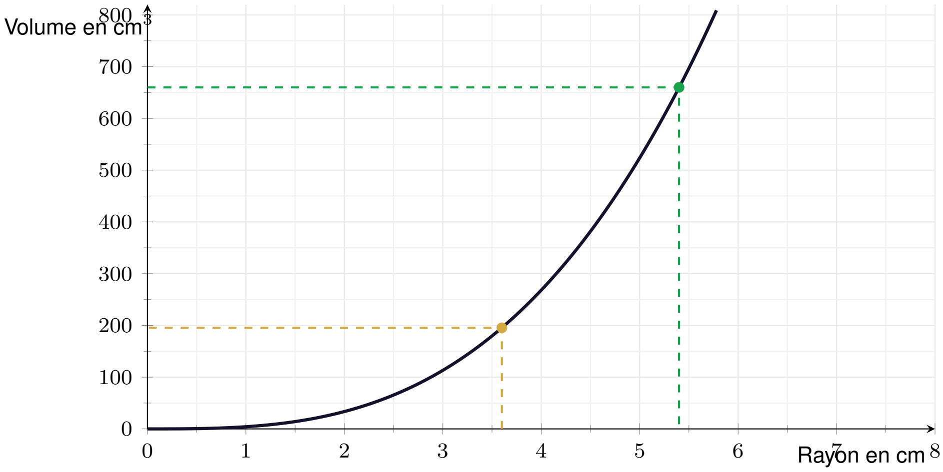
L'aire du quadrilatère $BCDE$ est de $47{,}04$ cm^2.

Exercice 3

Fonction & volume — 3 points

Les parties A et B sont indépendantes. On rappelle que le volume d'une boule de rayon R est $V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$.

Partie A — Lecture graphique



1. **Déterminer graphiquement l'image de $3{,}6$ par cette fonction.**

Réponse

On part de $R = 3{,}6$ sur l'axe des abscisses, on monte jusqu'à la courbe puis on lit l'ordonnée (pointillés or) : l'image de $3{,}6$ est environ $\mathbf{200}$ cm^3.

2. **Le volume d'une boule vaut 660 cm^3. Lire graphiquement son rayon.**

Réponse

On part de $V = 660$ cm^3 sur l'axe des ordonnées, on rejoint la courbe puis on lit l'abscisse (pointillés verts) : le rayon est environ $\mathbf{5{,}4}$ cm.

Partie B — Boules imprimées en 3D (rayon $2{,}5$ cm)

1. **Montrer que le volume d'une boule, arrondi à l'unité, est égal à 65 cm^3.**

Réponse

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 2{,}5^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 15{,}625 \approx 65{,}45 \text{ cm}^3.$$

Arrondi à l'unité, le volume d'un boule est $V \approx \mathbf{65}$ cm^3.

2. **On dispose de $1\,000$ cm^3 de plastique. Combien de boules au maximum ?**

Réponse

On divise le volume disponible par le volume d'une boule :

$$\frac{1\,000}{65{,}45} \approx 15{,}3.$$

On ne peut pas fabriquer une boule incomplète : on **arrondit à l'entier inférieur**. On peut donc fabriquer au maximum $\mathbf{15}$ boules.

Attention

Ici on arrondit *vers le bas* : avec $15{,}3$ « boules possibles », la 16^{e} manquerait de matière. La réponse est 15, pas 16.

3. La masse volumique du plastique est $0{,}9$ g/cm^3. Calculer la masse d'une boule.

Réponse

La masse est le produit de la masse volumique par le volume :

$$m = 0{,}9 \times V = 0{,}9 \times 65 = \mathbf{58{,}5} \text{ g.}$$

(Avec la valeur non arrondie $65{,}45$ cm^3, on obtient $m \approx 58{,}9$ g.)

Exercice 4

Arithmétique — 2 points

On dispose de 112 bonbons à la fraise et de 140 bonbons au caramel. Chaque sachet contient le même nombre de bonbons à la fraise, le même nombre de bonbons au caramel, et tous les bonbons sont utilisés.

1. **Peut-on constituer 16 sachets ?**

Réponse

Pour répartir équitablement tous les bonbons, le nombre de sachets doit diviser à la fois 112 et 140. Or :

$$112 = 16 \times 7 \quad \text{(divisible)}, \qquad 140 = 16 \times 8 + 12 \quad \text{(reste } 12 \neq 0).$$

140 n'est pas divisible par 16 : on ne peut donc **pas** constituer 16 sachets.

2. **La décomposition de 112 en facteurs premiers est $2^4 \times 7$. Donner celle de 140.**

Réponse

$$140 = 2 \times 70 = 2 \times 2 \times 35 = 2^2 \times 5 \times 7.$$

Donc $140 = \mathbf{2^2 \times 5 \times 7}$.

3. **Quel nombre maximal de sachets peut-on constituer ? Quelle est alors la composition de chaque sachet ?**

Réponse

Le nombre maximal de sachets est le **PGCD** de 112 et 140. On l'obtient en gardant les facteurs premiers communs, chacun à sa plus petite puissance :

$$112 = 2^4 \times 7, \qquad 140 = 2^2 \times 5 \times 7,$$

On prend les facteurs communs dans les deux décompositions :

$$\text{PGCD}(112\,;140) = 2^2 \times 7 = 4 \times 7 = \mathbf{28}.$$

On peut donc constituer au maximum $\mathbf{28}$ sachets. La composition de chaque sachet est :

$$\frac{112}{28} = \mathbf{4} \text{ bonbons à la fraise}, \qquad \frac{140}{28} = \mathbf{5} \text{ bonbons au caramel.}$$

Corrigé proposé par Pierre Carrée — pierre-carree.fr