DIPLÔME NATIONAL DU BREVET – MATHÉMATIQUES

DNB 2026 – Série générale

Corrigé détaillé – Asie Pacifique – Sujet 26GENMATAA1

Structure de l'épreuve

Partie 1	Automatismes (calculatrice interdite)		6 points – 20 min
Partie 2	Raisonnement et résolution de problèmes		14 points – 1h40
		Exercice 1 – Offres tarifaires, fonctions affines	2,5 points
		Exercice 2 – Pythagore, Thalès, volume d'un cône	3 points
		Exercice 3 – Programmes de calcul, tableur, équation	4 points
		Exercice 4 – Géométrie et programmation (Scratch)	2,5 points
		(dont rédaction)	2 points

Partie 1 — Automatismes

6 points – 20 min

Calculatrice interdite. Aucune justification n'est demandée en Partie 1 (les justifications ci-dessous sont là à titre pédagogique).

Question 1 — Écriture scientifique

Donner l'écriture scientifique du nombre 45 310.

Réponse B — $4{,}531 \times 10^4$

L'écriture scientifique s'écrit $a \times 10^n$ avec $1 \leq a < 10$:

$$45\,310 = 4{,}531 \times 10^4.$$

L'écriture scientifique de 45 310 est $\mathbf{4{,}531 \times 10^4}$: c'est la réponse B.

Question 2 — Développement (identité remarquable)

Donner une forme développée de $(4x - 3)(4x + 3)$.

Réponse C — $16x^2 - 9$

On reconnaît une identité remarquable $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ avec $a = 4x$ et $b = 3$:

$$(4x - 3)(4x + 3) = (4x)^2 - 3^2 = 16x^2 - 9.$$

La forme développée est $16x^2 - 9$: c'est la réponse C.

Question 3 — Volume d'un pavé droit

Un pavé droit a pour dimensions 4,5 cm, 4 cm et 10 cm. Calculer son volume.

Réponse A — 180 cm^3

Le volume d'un pavé droit est le produit de ses trois dimensions :

$$V = 4{,}5 \times 4 \times 10 = 180 \text{ cm}^3.$$

Le volume du pavé est de **180 cm^3** : c'est la réponse A.

Question 4 — Divisibilité par 9

On considère $N = 2025$ et $P = 2026$. Étudier leur divisibilité par 9.

Réponse B

Un entier est divisible par 9 lorsque la somme de ses chiffres l'est :

$$N : 2 + 0 + 2 + 5 = 9 \quad \text{(divisible par 9)}, \qquad P : 2 + 0 + 2 + 6 = 10 \quad \text{(non divisible par 9)}.$$

$N = 2025$ est divisible par 9 mais pas $P = 2026$: c'est la réponse B.

Question 5 — Vitesse moyenne

Une personne a couru 9 km en 45 minutes. Quelle est sa vitesse moyenne en km/h ?

Réponse : 12 km/h

$45 \text{ min} = \dfrac{45}{60} = 0{,}75$ h. La vitesse moyenne est le quotient de la distance par le temps :

$$v = \frac{9}{0{,}75} = 12 \text{ km/h}.$$

La vitesse moyenne de cette personne est de **12** km/h.

Question 6 — Probabilité

La roue comporte 10 secteurs de tailles égales, dont 2 casques audio. Quelle est la probabilité de gagner un casque audio en un tour ?

Réponse : $\frac{1}{5}$

Les 10 secteurs sont équiprobables et 2 d'entre eux correspondent à un casque audio :

$$P(\text{casque}) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} = 0{,}2.$$

La probabilité de gagner un casque audio est de $\boldsymbol{\frac{1}{5}}$ (soit 0,2).

Question 7 — Pourcentage (baisse)

Un article coûte 60 €. Calculer son prix après une baisse de 10 %.

Réponse : 54 €

Baisser de 10 % revient à multiplier par $1 - 0{,}10 = 0{,}90$:

$$60 \times 0{,}90 = 54 \text{ €}.$$

Après la baisse, le nouveau prix de l'article est de **54** €.

Question 8 — Angles d'un triangle

Le triangle ABC est rectangle en C et $\widehat{ABC} = 40$. Déterminer $\widehat{BAC}$.

Réponse : $\widehat{BAC} = 50$

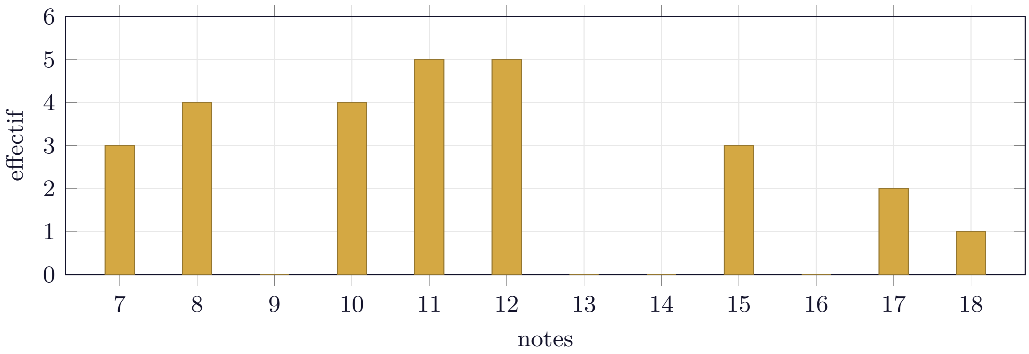
La somme des angles d'un triangle vaut 180. Le triangle étant rectangle en C :

$$\widehat{BAC} = 180 - 90 - 40 = 50.$$

La mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ est de **50**.

Question 9 — Effectif total et médiane

Le diagramme en barres donne les notes d'une classe au dernier contrôle.



Note	7	8	10	11	12	15	17	18
Effectif	3	4	4	5	5	3	2	1
E.C.C.	3	7	11	16	21	24	26	27

Réponse : 27 élèves ; médiane = 11

a. Effectif total :

$$3 + 4 + 4 + 5 + 5 + 3 + 2 + 1 = 27.$$

27 élèves ont participé à ce contrôle.

b. L'effectif total 27 est impair : la médiane est la 14$^{\text{e}}$ valeur de la série ordonnée. En cumulant les effectifs : 3 (≤ 7), 7 (≤ 8), 11 (≤ 10), puis 16 (≤ 11). La 14$^{\text{e}}$ valeur est donc un 11. La note médiane de la classe est **11**.

Partie 2 — Raisonnement et résolution de problèmes

14 points

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf indication contraire. La clarté des raisonnements et la rédaction sont évaluées sur 2 points. Toute trace de recherche est prise en compte.

Exercice 1

2,5 points

Deux offres pour un smartphone, avec un engagement minimum de 24 mois :

— Offre A : 175 € à l'achat, puis 16 € par mois.

— Offre B : rien à l'achat, puis 23 € par mois.

1. Au bout de 24 mois, quelle offre est la plus intéressante ?

$$\text{Offre A : } 175 + 16 \times 24 = 175 + 384 = 559 \text{ €},$$

$$\text{Offre B : } 23 \times 24 = 552 \text{ €}.$$

Réponse

Comme $552 < 559$, l'offre B est la plus intéressante au bout de 24 mois.

2. a. Associer chaque fonction à son offre.

Réponse

$f(x) = 175 + 16x$ comporte un coût fixe de 175 € : elle correspond à l'offre A.
$g(x) = 23x$ ne comporte aucun coût fixe : elle correspond à l'offre B.

b. Au bout de combien de mois paie-t-on le même prix ?
On résout l'équation $f(x) = g(x)$:

$$175 + 16x = 23x \iff 175 = 7x \iff x = \frac{175}{7} \iff x = 25.$$

Vérification : $f(25) = 175 + 16 \times 25 = 575$ € et $g(25) = 23 \times 25 = 575$ €.

Réponse

On paie le même prix avec les deux offres au bout de **25** mois.

c. Est-on encore dans la période d'engagement ?

Réponse

L'engagement minimum est de 24 mois. Comme $25 > 24$, au bout de 25 mois on n'est plus dans la période d'engagement (elle est dépassée d'un mois).

Exercice 2

3 points

Données : O, A, B alignés et O, D, C alignés ; angles droits en A et en B ; $OD = 8{,}2$ cm, $AD = 1{,}8$ cm, $BC = 4{,}5$ cm.

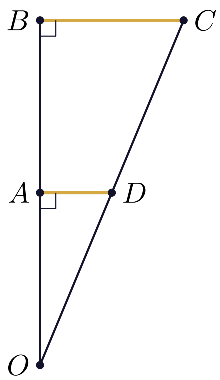


Figure non représentée en vraie grandeur.

1. Montrer que $OA = 8$ cm.

   Le triangle OAD est rectangle en A. D'après le théorème de Pythagore :

$$OD^2 = OA^2 + AD^2$$

$$OA^2 = OD^2 - AD^2$$

$$OA^2 = 8{,}2^2 - 1{,}8^2 = 67{,}24 - 3{,}24 = 64$$

$$OA = \sqrt{64} = 8.$$

Réponse

Le triangle OAD est rectangle en A. D'après le théorème de Pythagore :

$$OD^2 = OA^2 + AD^2,$$

$$OA^2 = OD^2 - AD^2 = 8{,}2^2 - 1{,}8^2 = 67{,}24 - 3{,}24 = 64,$$

$$OA = \sqrt{64} = 8.$$

La longueur du segment $[OA]$ est bien égale à **8** cm.

2. Justifier que les droites (BC) et (AD) sont parallèles.

   Le triangle OAD est rectangle en A, donc $(AD) \perp (OB)$.
   Le triangle OBC est rectangle en B, donc $(BC) \perp (OB)$.

Réponse

Les droites (AD) et (BC) sont perpendiculaires à une même droite (OB) : elles sont donc parallèles.

3. Calculer la longueur OB.

   Les droites $AB)$ et (CD) se coupent en O.
   (AD) est parallèle à $BC)$.
   D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{OA}{OB} = \frac{OD}{OC} = \frac{AD}{BC}.$$

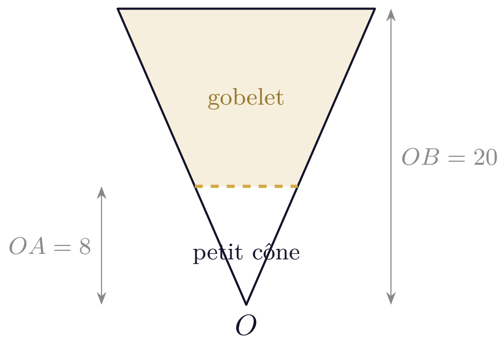
On utilise $\dfrac{OA}{OB} = \dfrac{AD}{BC}$, d'où :

$$OB = \frac{OA \times BC}{AD} = \frac{8 \times 4{,}5}{1{,}8} = \frac{36}{1{,}8} = 20.$$

Réponse

La longueur du segment $[OB]$ est de **20** cm.

4. Volume du grand cône, puis du gobelet (tronc de cône).



Coupe schématique, non en vraie grandeur.

Rappel

Volume d'un cône de révolution : $V = \dfrac{\pi \times R^2 \times H}{3}$, où R est le rayon de la base et H la hauteur.

a. Grand cône (hauteur $OB = 20$ cm, rayon $BC = 4{,}5$ cm) :

$$V_{\text{grand}} = \frac{\pi \times 4{,}5^2 \times 20}{3} = \frac{\pi \times 20{,}25 \times 20}{3} = 135\pi \approx 424.$$

Réponse

Le volume du grand cône est d'environ **424** cm^3.

b. Gobelet : on retire au grand cône le petit cône de sommet O (hauteur $OA = 8$ cm, rayon $AD = 1{,}8$ cm).

$$V_{\text{petit}} = \frac{\pi \times 1{,}8^2 \times 8}{3} = \frac{\pi \times 3{,}24 \times 8}{3} = 8{,}64\pi \approx 27,$$
$$V_{\text{gobelet}} = V_{\text{grand}} - V_{\text{petit}} = 135\pi - 8{,}64\pi = 126{,}36\pi \approx 397.$$

Réponse

Le volume du gobelet est d'environ **397** cm^3.

Exercice 3

4 points

Lecture des programmes

Programme A (à partir d'un nombre x) : on calcule x^2, on le multiplie par 3 (soit $3x^2$) ; en parallèle on multiplie x par 7 (soit $7x$) ; on additionne les deux résultats, puis on soustrait 6. Programme B : on multiplie x par 3 puis on soustrait 2 (soit $3x - 2$) ; en parallèle on ajoute 3 à x (soit $x + 3$) ; on multiplie les deux résultats.

1. Appliquer le programme A au nombre 5.

$$5^2 = 25, \quad 25 \times 3 = 75, \quad 5 \times 7 = 35, \quad 75 + 35 = 110, \quad 110 - 6 = 104.$$

Réponse

Le programme A appliqué à 5 donne **104**.

2. Formule saisie en cellule B2.

La formule calcule $3 \times (\text{A2})^2 + 7 \times \text{A2} - 6$:

=3*A2*A2+7*A2-6.

Réponse

La formule à recopier est =3*A2*A2+7*A2-6. Aucune justification demandée.

3. Une valeur pour laquelle le programme A donne 0.

La lecture du tableur donne un résultat nul pour $x = -3$ (ligne $A2 = -3$, résultat 0).

Réponse

Une valeur convenable est $x = -3$.

4. Expression littérale du programme A en fonction de x.

Réponse

En suivant les étapes du programme :

$$A(x) = 3x^2 + 7x - 6.$$

L'expression littérale du programme A est $\mathbf{3x^2 + 7x - 6}$.

5. Appliquer le programme B au nombre 5.

$$3 \times 5 - 2 = 13, \quad 5 + 3 = 8, \quad 13 \times 8 = 104.$$

Réponse

Le programme B appliqué à 5 donne **104**.

6. Expression littérale du programme B en fonction de x.

Réponse

En suivant les étapes du programme :

$$B(x) = (3x-2)(x+3).$$

L'expression littérale du programme B est $(\mathbf{3x-2})(\mathbf{x+3})$.

7. Mathis affirme que les deux programmes donnent toujours le même résultat. A-t-il raison ?

 On développe $B(x)$:

$$(3x-2)(x+3) = 3x^2+9x-2x-6 = 3x^2+7x-6 = A(x).$$

Réponse

Les deux expressions sont égales pour toute valeur de x : Mathis a raison, les programmes A et B donnent toujours le même résultat.

8. Résoudre $(3x-2)(x+3) = 0$, puis en déduire les valeurs annulant A et B.

 Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul :

$$(3x-2)(x+3) = 0 \iff 3x-2=0 \text{ ou } x+3=0 \iff x=\frac{2}{3} \text{ ou } x=-3.$$

Réponse

Comme $A(x) = B(x) = (3x-2)(x+3)$, les programmes A et B donnent 0 pour $\mathbf{x} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}$ et $\mathbf{x} = -\mathbf{3}$ (ce qui confirme la question 3).

Exercice 4

2,5 points

Données : $ABCD$ est un carré, ABF un triangle équilatéral, $AF = 4$ cm ; les points F, A, E sont alignés.

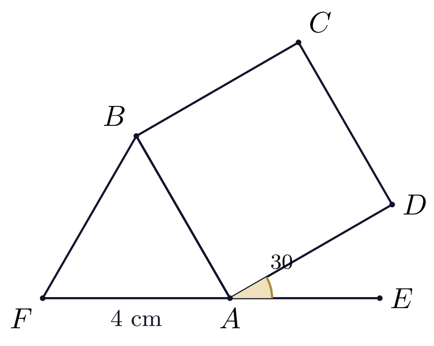


Figure non représentée en vraie grandeur.

1. Justifier que $\widehat{EAD} = 30$.

 Les points F, A, E sont alignés, donc l'angle plat $\widehat{FAE} = 180$. Autour de A, du même côté de la droite (FE) :

$$\widehat{FAB} + \widehat{BAD} + \widehat{DAE} = 180.$$

 Or ABF est équilatéral donc $\widehat{FAB} = 60$, et $ABCD$ est un carré donc $\widehat{BAD} = 90$. On en déduit :

$$\widehat{DAE} = 180 - 60 - 90 = 30.$$

Réponse

La mesure de l'angle $\widehat{EAD}$ est bien égale à **30**.

2. Donner les valeurs de J, K, M et N.

Réponse

Échelle : 10 pas = 1 cm, donc un côté de 4 cm vaut $4 \times 10 = 40$ pas.

— Bloc triangle (triangle équilatéral) : on avance d'un côté, puis on tourne de l'angle extérieur $180 - 60 = 120$.

$$J = 40 \qquad K = 120.$$

— Bloc carré : on avance d'un côté, puis on tourne de l'angle extérieur 90.

$$M = 40 \qquad N = 90.$$

Aucune justification n'est demandée.

3. Numéro de la figure tracée par le programme principal.

Pourquoi le tracé se referme

Le programme répète 6 fois : Triangle, avancer 50, tourner 30, Carré, avancer 50, tourner 30. Chaque bloc Triangle (3 rotations de 120) et chaque bloc Carré (4 rotations de 90) ramène le lutin à son orientation de départ : seules comptent les rotations intermédiaires.

Réponse

À chaque répétition, le lutin tourne $2 \times 30 = 60$; sur 6 répétitions, il tourne en tout $6 \times 60 = 360$. Le tracé se referme donc en une rosace fermée, ce qui élimine d'emblée les figures linéaires 1 et 4. De plus, le déplacement entre deux formes (50 pas) est supérieur au côté des formes (40 pas) : triangles et carrés sont disjoints autour du motif. Le programme principal trace donc la Figure 3.

