DNB de Mathématiques : Métropole (26 juin 2025)

> Exercice 1

1. Il y a quatre nombres pairs parmi les 6 boules.

$$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$$

La probabilité de tirer un nombre pair dans l'urne A est de $\frac{2}{3}$.

2. Il y a 3 nombres premiers dans l'urne B : 2, 5 et 17 parmi les 9 boules.

$$\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$$

La probabilité de tirer un nombre premier dans l'urne B est de $\frac{1}{3}$.

3. Dans l'urne A, 12=6×2, 24=6×4 et 30=6×5 sont des multiples de 6. Il y a 3 boules.
Dans l'urne B, 6=6×1 et 18=6×3 sont des multiples de 6. Il y a 2 boules.
L'urne A contient le plus grand nombre de boules portant un numéro multiple de 6.

4. Dans l'urne A, il y a 2 boules dont le numéro est supérieur à 20.
La probabilité de tirer une de ces boules est $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

Dans l'urne B, il y a 3 boules portant un numéro supérieur à 20 parmi les 9 boules.
La probabilité de tirer une de ces boules est $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$.

La probabilité d'obtenir un nombre supérieur ou égal à 20 est la même dans les deux urnes.

5. Dans l'urne A, il y a maintenant 3 boules dont le numéro est supérieur à 20 sur 7 boules au lieu de 6.
La probabilité de tiré un de ces boules est $\frac{3}{7}$.

Dans l'urne B, il y a 4 boules portant un numéro supérieur à 20 parmi 10 boules au lieu de 9.
La probabilité de tirer une de ces boules est $\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$.

La probabilité d'obtenir un nombre supérieur ou égal à 20 n'est plus la même.

> **Exercice 2**

<u>Partie A</u>

1. $AD = AE - DE$

$AD = 250 - 50$

$AD = 200\ m$

2. Dans le triangle ADC rectangle en A, on a d'après le théorème de Pythagore :

$$CD^2 = AD^2 + AC^2$$

$$CD^2 = 200^2 + 480^2$$

$$CD^2 = 40000 + 230400$$

$$CD^2 = 270\ 400$$

$$CD = \sqrt{270\ 400}$$

$$CD = 520\ m$$

La longueur du segment $[CD]$ vaut 520 m.

3. a. Les droites (DE) et (BC) se coupent en A.

$\frac{AE}{AD} = \frac{250}{200} = 1{,}25$ et $\frac{AB}{AC} = \frac{AC+CB}{AC} = \frac{480+120}{480} = \frac{600}{480} = 1{,}25$

Ainsi $\frac{AE}{AD} = \frac{AB}{AC}$ et les points A, D, E et A, C, B sont alignés dans le même ordre. D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (CD) et (BE) sont parallèles.

3. b. Dans le triangle ACD rectangle en A, on a d'après la trigonométrie :

$$\tan(\widehat{ACD}) = \frac{AD}{AC}$$

$$\tan(\widehat{ACD}) = \frac{200}{480}$$

$$\tan(\widehat{ACD}) = \frac{5}{12}$$

$$\widehat{ACD} \approx 22{,}6°$$

La mesure de l'angle $\widehat{ACD}$ est supérieure à 20°.

c. Les droites (CD) et (BE) sont parallèles et l'angle $\widehat{ACD}$ est supérieur à 20° donc le parcours est validé.

Partie B

4. la valeur médiane de la série des temps des 9 élèves est la 5ème valeur. La médiane vaut 6. Le temps médian de la série est 6 min.

5. Convertissons le temps de l'élève le plus rapide en secondes :
6 min 40 s = 6×60 + 40 s = 400 s
Déterminons sa vitesse en m/s :

$$v = \frac{d}{t} = \frac{200}{400} = 0{,}5\ m/s$$

L'élève le plus rapide nage à la vitesse de 0,5 m/s

Convertissons la vitesse du poisson rouge en m/s :
$v = 5$ km/h = $\frac{5000\ m}{3600\ s} = \frac{25}{18} \approx 1{,}4\ m/s$

Le poisson nage à la vitesse de 1,4 m/s

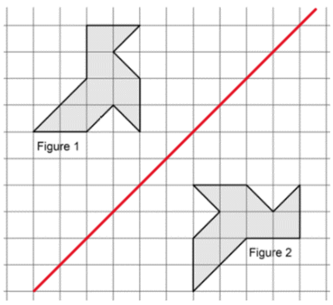
Le poisson rouge nage plus vite que l'élève le plus rapide.

> **Exercice 3**

Question 1. Par proportionnalité : $5 \times \frac{8{,}40}{3} = 14$
Cinq melons coûtent 14€.

Réponse C

Question 2. Les figures 1 et 2 sont symétriques par rapport à une droite.
C'est une symétrie axiale.



Réponse D

Question 3. On calcule $350 \times \left(1 + \frac{20}{100}\right) = 420$
Le prix de l'article après une hausse de 20% est de 420 €.

Réponse A

Question 4. $A_{ABC} = \frac{AB \times BC}{2} = \frac{6 \times 4{,}5}{2} = 13{,}5\ cm^2$

Réponse B

Question 5. $(2x+3)(x-4) = 2x \times x - 2x \times 4 + 3 \times x - 3 \times 4$

$$(2x+3)(x-4) = 2x^2 - 8x + 3x - 12$$
$$(2x+3)(x-4) = 2x^2 - 5x - 12$$

Réponse A

Question 6. $V = \frac{1}{3} \times \mathcal{B} \times h = \frac{1}{3} \times 7 \times 4 \times 12 = 112\ cm^3$

Réponse B

> **Exercice 4**

Partie A

1. Avec 10 :
- $10 - 4 = 6$
- $6 \times 2 = 12$
- $12 + 8 = 20$

En choisissant 10 comme nombre de départ, on obtient 20.

2. Avec -7 :
- $-7 - 4 = -11$
- $-11 \times 2 = -22$
- $-22 + 8 = -14$

En choisissant -7 comme nombre de départ, on obtient -14.

3. Avec x :

$$(x-4) \times 2 + 8 = 2x - 8 + 8 = 2x$$

Zoé a raison. Quel que soit le nombre choisi au départ, le programme donne le double de ce nombre.

Partie B

4. Avec x
- $x \times 4 = 4x$
- $4x + 10$
- $(4x + 10) \times 5 = 20x + 50$

Si le nombre de départ est x le programme de Fred donne $20x + 50$.

5. On résout l'équation :

$$20x + 50 = 75$$
$$20x = 75 - 50$$
$$20x = 25$$

$$\frac{20x}{20} = \frac{25}{20}$$
$$x = \frac{5}{4}$$
$$x = 1{,}25$$

Il faut choisir 1,25 pour obtenir 75 comme résultat avec le programme de Fred.

6. Les 5 premières lignes du programme correspondent au calcul du programme de Fred c'est-à-dire à $20x + 50$.
Pour obtenir un résultat qui soit toujours 20 fois plus grand que le nombre de départ, il faudrait obtenir $20x$.
On soustrait donc 50 à la ligne 6 au résultat précédent.

« `Mettre résultat à résultat - 50` »

> **Exercice 5**

Partie A

1. Avec l'option *Achat*, on paye le prix d'achat de la voiture et 12 mois d'assurance :

$$22400 + 12 \times 75 = 22400 + 900 = 23\,300 \text{ €}$$

Avec l'option *Achat* la dépense à la fin de la première année est de 23 300 €.

2. Calculons le prix payé au bout de 36 mois avec chaque option :
- Option Achat : 22400 +36×75 = 25 100 €
- Option *Location* : 425×36 = 15 300 €

$$25\,100 - 15\,300 = 9\,800 \text{ €}$$

L'économie réalisée avec l'option Location au bout de 36 mois est de 9 800€.

3. On saisit la formule « =B1*425 »

Partie B

4. $f(x) = 75x + 22\,400$

5. L'option Achat est plus avantageuse quand la courbe C_f est en dessous de la courbe C_g.
Graphiquement on lit que cela se produit à partir de 64 mois. (Un petit carreau compte pour 2 mois en abscisse et un petit carreau compte pour 1000 € en ordonnée).