# DNB de Mathématiques : METROPOLE - SECOURS (1er juillet 2024)

## > Exercice 1

1. a. $630 + 810 = 1440$
   Anne et Jean ont acheté 1440 dragées au total.

   b. Il y a 810 dragées blanches parmi 1440 dragées.
   $$p = \frac{810}{1440} = \frac{9}{16}$$
   La probabilité qu'Anne tire une dragée blanche est de $\frac{9}{16}$.

2. a. $\frac{810}{26} = \frac{270}{7} \approx 38{,}6$
   Anne et Jean ne peuvent pas réaliser 21 ballotins. 810 n'est pas divisible par 21. Toutes les dragées blanches ne seraient pas utilisées.

   b. $630 = 315 \times 2 = 105 \times 3 \times 2 = 35 \times 3 \times 3 \times 2 = \mathbf{7 \times 5 \times 3^2 \times 2}$
   $810 = 405 \times 2 = 135 \times 3 \times 2 = 45 \times 3 \times 3 \times 2 = 15 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 = \mathbf{5 \times 3^4 \times 2}$

   c. Chercher le nombre maximal de ballotins qu'Anne et Jean pourront réaliser revient à chercher le plus grand diviseur commun à 630 et 810. Le produit de facteurs premiers qui apparait à l'identique dans les deux décompositions précédentes est :
   $$5 \times 3^2 \times 2 = 90$$
   Anne et Jean pourront réaliser 90 ballotins.
   La composition des ballotins est donnée par les facteurs premiers restants dans la décomposition des deux nombres.
   $\mathbf{5 \times 3^2 \times 2} \times 7 = 90 \times 7 = 630$ et $\mathbf{5 \times 3^2 \times 2} \times 3^2 = 90 \times 9 = 810$
   Chaque ballotin sera composé de 7 dragées roses et 9 dragées blanches.

## > Exercice 2

**Question 1 :** $13\,420 = 1{,}342 \times 10^4$ Réponse B

**Question 2 :** Les données sont classées dans l'ordre croissant. La médiane est la valeur qui partage les données en deux groupes de même effectif. Il y a 11 valeurs. La médiane est la 6e valeur de la série soit 85,74. Réponse A

**Question 3 :** Le motif 5 Réponse C

**Question 4 :** Le motif 12 Réponse B

**Question 5 :** L'image de 2 par la fonction $f$ est 0. Réponse A

**Question 6 :** En partant du point de coordonnées (0 ; 4), quand on avance horizontalement d'une unité, on doit descendre verticalement de 2 unités pour rejoindre la droite. Le coefficient directeur de la droite (d) est de -2. Réponse C

> **Exercice 3**

1. Calculons DK :

$$DK = DL - KL$$
$$DK = 600 - 120$$
$$\boldsymbol{DK = 480}$$

2. Dans le triangle DKJ, DJ est la plus grande longueur.

$DJ^2 = 520^2$ et $DK^2 + KJ^2 = 480^2 + 200^2$

$DJ^2 = 270\ 400$ $DK^2 + KJ^2 = 230\ 400 + 40\ 000$

$DK^2 + KJ^2 = 270\ 400$

On a $DJ^2 = DK^2 + KJ^2$ donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle DKJ est rectangle en K.

3. D'après la question précédente, on sait que $(KJ)$ est perpendiculaire à $(DL)$.
On sait que $(LA)$ est perpendiculaire à $(DL)$.
Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite alors ces deux droites sont parallèles.
Donc $(KJ)$ et $(LA)$ sont parallèles.

4. Les droites $(KL)$ et $(JA)$ se coupent en $D$. Les droites $(KJ)$ et $(LA)$ sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{DK}{DL} = \frac{DJ}{DA} = \frac{KJ}{LA}$$

$$\frac{480}{600} = \frac{520}{DA} = \frac{200}{LA}$$

$$DA = \frac{600 \times 520}{480}$$

$$DA = 650\ m$$

Le segment $[DA]$ mesure 650 m.

5. Déterminons JA :

$$JA = AD - DJ$$
$$JA = 650 - 520$$
$$JA = 130$$

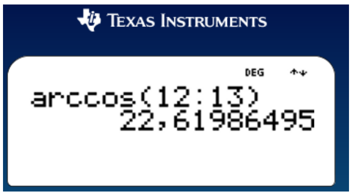
Calculons la longueur L du trajet DKJA :

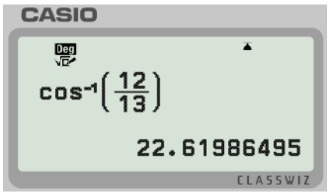
$$L = DK + KJ + JA$$
$$L = 480 + 200 + 130$$
$$L = 810\ m$$

Le trajet DKJA a une longueur de 810 m.

6. Dans le triangle DLA rectangle en L on a d'après la trigonométrie :

$\cos(\widehat{LDA}) = \frac{LD}{AD}$
$\cos(\widehat{LDA}) = \frac{600}{650}$
$\cos(\widehat{LDA}) = \frac{12}{13}$
$\widehat{LDA} \approx 22{,}6°$




L'angle $\widehat{LDA}$ est bien inférieur à 25°

> **Exercice 4**

1. Exécutons le programme de calcul avec 5 :
$5^2 = 25$
$25 - 3 \times 5 = 10$
$10 - 4 = 6$

Si on choisit 5 comme nombre de départ, le résultat du programme est 6.

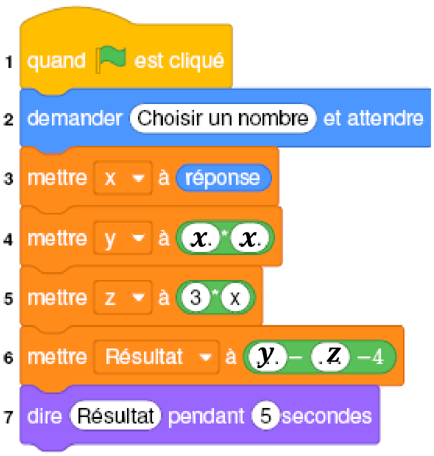
2. Exprimons le résultat du programme en fonction de $x$.

$$x^2 - 3x - 4$$

3. Développons :
$(x + 1)(x - 4) = x \times x + x \times (-4) \times 1 \times x + 1 \times (-4)$
$(x + 1)(x - 4) = x^2 - 4x + x - 4$
$(x + 1)(x - 4) = x^2 - 3x - 4$

4. On résout l'équation $(x + 1)(x - 4) = 0$
Un produit de facteurs est nul si au moins un des facteurs est nul.
$x + 1 = 0$ ou $x - 4 = 0$
$x = -1$ ou $x = 4$
L'équation à deux solutions $x = -1$ et $x = 4$.
Les nombres à choisir au départ pour que le résultat du programme soit 0 sont $x = -1$ ou $x = 4$.

5.



> **Exercice 5**

1. a. Calculons $AE$ :

$$AE = \frac{AB - EF}{2}$$
$$AE = \frac{AD - EF}{2}$$
$$AE = \frac{5 - 2{,}2}{2}$$
$$AE = 1{,}4\ m$$

b. Le triangle AEL est isocèle rectangle en A. Calculons son aire $\mathcal{A}_{AEL}$ :

$$\mathcal{A}_{AEL} = \frac{AE \times AL}{2}$$
$$\mathcal{A}_{AEL} = \frac{AE^2}{2}$$
$$\mathcal{A}_{AEL} = \frac{1{,}4^2}{2}$$
$$\mathcal{A}_{AEL} = 0{,}98\ m^2$$

c. Calculons l'aire de l'octogone :

$$\mathcal{A}_{EFGHIJKL} = \mathcal{A}_{ABCD} - 4 \times \mathcal{A}_{AEL}$$
$$\mathcal{A}_{EFGHIJKL} = 5^2 - 4 \times 0{,}98$$
$$\mathcal{A}_{EFGHIJKL} = 25 - 3{,}92$$
$$\mathcal{A}_{EFGHIJKL} = 21{,}08\ m^2$$

2. a. Déterminons la hauteur d'eau $h$ dans la piscine :

$$h = \frac{3}{4} \times 1{,}50$$
$$h = 1{,}125\ m$$

Déterminons le volume d'eau :

$$V = h \times \mathcal{A}_{EFGHIJKL}$$
$$V = 1{,}125 \times 21{,}08$$
$$V = 23{,}715\ m^3$$

Le volume d'eau nécessaire pour remplir la piscine au ¾ est proche de 24 $m^3$.

b. 24 $m^3$ = 24 000 L

Par proportionnalité on a :

| | | |
|---|---|---|
| Volume (L) | 12 | 24 000 |
| Durée (min) | 1 | 2000 |

$$\frac{24000 \times 1}{12} = 2000$$

Il faut 2 000 min pour remplir la piscine.

Convertissons cette durée en h.

$\frac{2000}{60} \approx 33{,}3$ h

$$2000 = 33 \times 60 + 20$$

Il faut 33 h 20 min pour remplir la piscine.