DNB de Mathématiques : Métropole (1er juillet 2024)

> Exercice 1

1. La roulette est composée de 37 secteurs numérotés de 0 à 36. Chaque numéro est unique. La bille a la même probabilité de s'arrêter sur chacun des secteurs. Donc la probabilité que la bille s'arrête sur le numéro 7 est $\frac{1}{37}$.

2. Il y a 18 cases noires et, parmi ces 18 cases, 10 cases portent un numéro pair.
La probabilité que la bille s'arrête sur une case noire et paire est de $\frac{10}{37}$.

3.a. Entre 0 et 6, il y a 7 numéros. La probabilité que la bille s'arrête sur un numéro inférieur ou égal à 6 est de $\frac{7}{37}$.

3.b. Il y a 7 numéros entre 0 et 6 sur 37 numéros. Les numéros supérieurs ou égaux à 7 sont ceux qui ne sont pas compris entre 0 et 6.

$$37 - 7 = 30$$

Il y a 30 numéros entre 7 et 36.
La probabilité que la bille s'arrête sur un numéro supérieur ou égal à 7 est de $\frac{30}{37}$.

3.c. Comparons les 2 probabilités :

$$\frac{3}{4} = \frac{30}{40}$$

et $\frac{30}{40} < \frac{30}{37}$ *(diviser par 40 donne un résultat plus petit que diviser par 37)*

donc le joueur a raison. On a plus d'une chance sur 4 d'obtenir un numéro supérieur ou égal à 7.

Exercice 2

1.a. On choisit 5 comme nombre de départ.

$$5^2 = 25$$
$$25 \times 2 = 50$$
$$50 + 2 \times 5 = 60$$
$$60 - 4 = 56$$

En choisissant 5 comme nombre de départ, le résultat du programme A est 56.

1.b. On choisit -9 comme nombre de départ avec le programme B.

$$-9 + 2 = -7$$
$$-9 - 1 = -10$$
$$-7 \times (-10) = 70$$

En choisissant -9 comme nombre de départ avec le programme B, on obtient 70.

2.a. D'après le calcul réalisé avec -9, on peut en déduire que c'est la deuxième expression qui correspond au programme B.

$$E_2 = (x+2) \times (x-1)$$

2.b. Avec le programme A, en choisissant x comme nombre de départ on a :

$$x^2 \times 2 + 2 \times x - 4$$

L'expression qui donne le résultat du programme A est : $2x^2 + 2x - 4$.

3. Développons E_2 :

$$(x+2)(x-1) = x^2 - x + 2x - 2$$
$$(x+2)(x-1) = x^2 + x - 2$$

Prenons le double de ce résultat :

$$2 \times (x^2 + x - 2) = 2x^2 + 2x - 4$$

On retrouve l'expression du programme A.
Donc, quel que soit le nombre choisi au départ, le résultat du programme A est toujours le double du résultat du programme B.

Exercice 3
1. Le diamètre [AB] du cercle est le double de son rayon [OA] :

$$AB = 2 \times OA$$
$$AB = 2 \times 4{,}5$$
$$AB = 9\ cm$$

Le diamètre [AB] du cercle mesure 9 cm.

2. Dans le triangle ABD, AB est la plus grande longueur.
On a d'une part

$$AB^2 = 9^2$$
$$AB^2 = 81$$

Et d'autre part :

$$BD^2 + AD^2 = 5{,}4^2 + 7{,}2^2$$
$$BD^2 + AD^2 = 29{,}16 + 51{,}84$$
$$BD^2 + AD^2 = 81$$

On remarque de $AB^2 = BD^2 + AD^2$ donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABD est rectangle en D.

(Remarque : Une propriété qui n'est plus utilisée au collège dit que si un triangle est inscrit dans un cercle dont le diamètre est l'un de ses côtés, alors ce triangle est rectangle).

3. les droites (AF) et (BE) se coupent en A.
Les droites (BD) et (EF) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AF}{AD} = \frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BD}$$

$$\frac{AF}{7{,}2} = \frac{2{,}7}{9}$$
$$AF = \frac{2{,}7 \times 7{,}2}{9}$$

$$AF = 2{,}16\ cm$$

4.a. Calculons l'aire du triangle ABD :

$$\mathcal{A}_{ABD} = \frac{DB \times AD}{2}$$
$$\mathcal{A}_{ABD} = \frac{5{,}4 \times 7{,}2}{2}$$

$$\mathcal{A}_{ABD} = 19{,}44\ cm^2$$

L'aire du triangle ABD est de 19,44 cm^2.

4.b. Calculons l'aire du disque :

$$\mathcal{A} = \pi \times OA^2$$
$$\mathcal{A} = \pi \times 4{,}5^2$$
$$\mathcal{A} = 63{,}62\ cm^2$$

L'aire du disque est de 63,62 cm^2.

5. Calculons le rapport des aires :

$$\frac{\mathcal{A}_{ABD}}{\mathcal{A}} = \frac{19{,}44}{63{,}62}$$
$$\frac{\mathcal{A}_{ABD}}{\mathcal{A}} = 0{,}306$$
$$\frac{\mathcal{A}_{ABD}}{\mathcal{A}} = 30{,}6\%$$

L'aire du triangle ABD représente 30,6% de l'aire du disque.

Autre méthode : par proportionnalité. on attribue 100 à l'aire du disque :

Aire	19,44	63,62
pourcentage	p	100

$$\boldsymbol{p = 100 \times \frac{19,44}{63,62}}$$
$$\boldsymbol{p = 30,6}$$

> Exercice 4

1. Réponse A

$$f(-4) = 3 \times (-4) - 2 = -12 - 2 = -14$$

2. Réponse A

$$(-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = 25 \times (-5) = -125$$

3. Réponse B
La translation que transforme C en A transforme J en E.

4. Réponse C
L'antécédent de 3 par f est 0. Pour lire l'antécédent de 3, il faut se placer en 3 sur l'axe vertical des ordonnées et rejoindre la droite. Ici, on est déjà sur la droite. Puis on va lire sur l'axe horizontal des abscisses la valeur de x à laquelle on se trouve. Ici, $x = 0$.

5. Réponse B
On classe les tailles dans l'ordre croissant et on prend la valeur centrale.

$$1{,}46\ ;\ 1{,}6\ ;\ 1{,}65\ ;\ 1{,}67\ ;\ 1{,}7\ ;\ 1{,}72\ ;\ 1{,}75$$

6. Réponse A

$$cos\ \alpha = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{5} = 0{,}8$$

> Exercice 5

Partie A
1. Calculons :
$\frac{330}{15} = 22$ et $\frac{132}{15} = 8{,}8$

132 n'est pas divisible par 15 donc il n'est pas possible de de faire 15 sachets en utilisant tous les drapeaux.

2.a. Décomposons 330 et 132 :

$$330 = 2 \times 165 = 2 \times 3 \times 55 = 2 \times 3 \times 5 \times 11$$

$$132 = 2 \times 66 = 2 \times 2 \times 33 = 2 \times 2 \times 3 \times 11$$

2.b. Le plus grand diviseur commun à 330 et 132 est $2 \times 3 \times 11 = 66$
La présidente pourra réaliser au maximum 66 sachets.

2.c. On a

$$330 = 2 \times 3 \times 11 \times 5 = 66 \times 5$$

et

$$132 = 2 \times 3 \times 11 \times 2 = 66 \times 2$$

Chaque sachet contiendra 5 autocollants et 2 drapeaux.

Partie B

- Calculons le volume du pavé droit :

$$V = 25 \times 15 \times 2 = 750\ m^3$$

Le volume du pavé droit est de 750 m^3.

- Calculons le volume d'eau : la piscine est remplie au $\frac{9}{10}$

$$\frac{9}{10} \times 750 = 675$$

La piscine contient 675 m^3 d'eau.

- Calculons le coût du remplissage :

$$675 \times 4{,}14 = 2794{,}5$$

Le remplissage de la piscine coûte 2794,50 €.