Mathématiques : Centres Etrangers (10 juin 2024)

> **Exercice 1 (20 points)**

1. On élimine les deux dernières propositions qui ne sont pas des écritures scientifiques car il y a plus d'un chiffre avant la virgule.

$$0{,}193 \times 10^{-100} = 1{,}93 \times 0{,}1 \times 10^{-100} = 1{,}93 \times 10^{-1} \times 10^{-100} = \mathbf{1{,}93 \times 10^{-101}}$$

2. $\frac{42}{60} = 0{,}7 \ \ donc\ 5h42\ min = 5{,}7\ h$

$$v = \frac{d}{t} = \frac{480}{5{,}7} \approx \mathbf{84{,}2\ km/h}$$

3. Il y a 15 secteurs sur la roue.

$$\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$$

Il faut 9 secteurs numérotés 2 pour avoir une probabilité que la flèche s'arrête sur 2 de $\frac{3}{5}$.

Il y a déjà 8 secteurs numérotés 2. Donc en notant 2 dans le secteur vide, il est possible d'avoir cette probabilité. La bonne réponse est **« Oui, en écrivant le nombre 2 ».**

4. Réorganisons les données dans l'ordre croissant :

1 ; 3 ; 5 ; 10 ; 10 ; 11 ; 17

La médiane est 10. L'étendue est 17 – 1 = 16. La moyenne est de 6,57 environ. Donc 5 ne représente **rien de particulier.**

5. $\frac{\left(\frac{5}{5}-\frac{1}{5}\right)}{3} = \frac{\frac{4}{5}}{3} = \mathbf{\frac{4}{15}}$

> **Exercice 2 (20 points)**

1. Durée du circuit 1 :

$$5 \times 40 + 5 \times 16 = 200 + 80 = 280\ s$$

Le circuit 1 s'effectue en 280 s.

Durée du circuit 2 :

$$10 \times 30 + 10 \times 5 = 300 + 50 = 350\ s$$

Le circuit 2 s'effectue en 350 s.

2. D'une part :

$$280 = 140 \times 2 = 70 \times 2 \times 2 = 35 \times 2 \times 2 \times 2 = 7 \times 5 \times 2 \times 2 \times 2$$

D'autre part :

$$350 = 175 \times 2 = 35 \times 5 \times 2 = 7 \times 5 \times 5 \times 2$$

3.a. $2800 = 280 \times 10.$

Au bout de 2800 s, Camille a parcouru 10 fois le circuit 1. Elle se trouve à nouveau au départ du circuit 1.

$\frac{2800}{350} = 8$

Au bout de 2800 s, Dominique a parcouru 8 fois le circuit 2. Il se trouve également au départ du circuit 2.

3.b. Déterminons le plus petit multiple commun : on complète les deux décompositions de sorte à avoir les mêmes facteurs.

$7 \times 5 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 7 \times 5 \times 5 \times 2 \times 2 \times 2 = 1400$ s

Convertissons cette durée en minutes et secondes :

$1400 = 23 \times 60 + 20$

Camille et Dominique se retrouvent en même temps pour la première fois au départ de leur circuit au bout de 1400 s soit 23 min 20s

> **Exercice 3 : (20 points)**

Partie A

1. $5 - 2 = 3$ et $5 + 1 = 6$

$3 \times 6 = 18$

En choisissant 5 comme nombre de départ, le résultat du programme de calcul est 18.

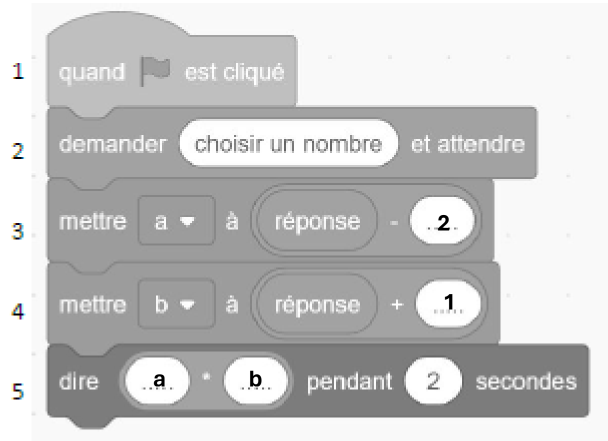
2. Avec $-\frac{3}{2}$:

$-\frac{3}{2} - 2 = -\frac{7}{2}$ et $-\frac{3}{2} + 1 = -\frac{1}{2}$

$-\frac{7}{2} \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{4}$

Le programme de calcul donne $\frac{7}{4}$ quand $-\frac{3}{2}$ est choisi comme nombre de départ.

3.



Partie B

1. Développons avec la double distributivité :

$(x-2)(x+1) = x^2 + x - 2x - 2$

$(x-2)(x+1) = x^2 - x - 2$

2.a. Un produit de facteurs est nul si au moins un des facteurs est nul :

$$(x-2)(x+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 2 = 0 \text{ ou } x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \text{ ou } x = -1$$

$$S = \{-1; 2\}$$

L'équation précédente admet 2 solutions, $x = -1$ et $x = 2$.

2.b. Les antécédents de 0 par la fonction g sont -1 et 2.

3. Les graphiques 1 et 2 sont des représentations de fonctions affines. Or, g n'est pas une fonction affine (de la forme $ax + b$). De plus, seul sur le graphique 3, 0 a deux antécédents.

Le graphique 3 correspond à la représentation graphique de la fonction g.

4. la question revient à trouver les antécédents de 0 par g. D'après les questions précédentes, il faut donc choisir -1 ou 2 comme nombre de départ pour obtenir 0 avec le programme de calcul.

> **Exercice 4 (16 points)**

1. Dans le triangle ABE, [AB] est le plus grand côté.

D'une part on a :

$AB^2 = 5{,}5^2$

$AB^2 = 30{,}25$

D'autre part :

$EB^2 + EA^2 = 3{,}3^2 + 4{,}4^2$

$EB^2 + EA^2 = 10{,}89 + 19{,}36$

$EB^2 + EA^2 = 30{,}25$

On a $AB^2 = EB^2 + EA^2$ donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABE est rectangle en E.

2. Dans le triangle ABE rectangle en E, on a d'après la trigonométrie :

$$\tan \widehat{ABE} = \frac{AE}{BE}$$

$$\tan \widehat{ABE} = \frac{4{,}4}{3{,}3}$$

$$\widehat{ABE} \approx 53°$$

L'angle $\widehat{ABE}$ mesure 53°.

3. Déterminons FD :

Les droites (AF) et (BD) se coupent en E.

Les droites (AB) et (FD) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{EF}{EA} = \frac{ED}{EB} = \frac{FD}{AB}$$

$$\frac{EF}{4,4} = \frac{3,3 + 6,6}{3,3} = \frac{FD}{5,5}$$

$$FD = \frac{5,5 \times 9,9}{3,3}$$

$$FD = 16,5$$

FD vaut 16,5 cm.

4. Comparons les longueurs FD et AB : $\frac{16,5}{5,5} = 3$

L'homothétie de centre E qui transforme EAB en EFD est de rapport 3.

> **Exercice 5 (24 points)**

Partie A

1. Dans le triangle OMS rectangle en O, on a d'après le théorème de Pythagore :

$$MS^2 = OM^2 + OS^2$$

$$MS^2 = 9^2 + 30^2$$

$$MS^2 = 81 + 900$$

$$MS^2 = 981$$

MS est une longueur donc positive.

$$MS = \sqrt{981}$$

$$MS \approx 31,3\ cm$$

La longueur MS vaut 31,3 cm.

2. Calculons le périmètre du cercle de centre O et de rayon OM.

$2 \times \pi \times 9 \approx 56,5$ cm

Le périmètre de l'ouverture du chapeau est de 56,5 cm. Il est adapté au tour de tête de Léo.

3.a. Calculons le périmètre du cercle de rayon SM :

$$2\pi \times 31,3 \approx 196,7\ cm$$

La longueur du cercle de centre S et de rayon SM est de 196,7 cm.

3.b. et 3.c

Mesure de l'angle $\widehat{M'SM}$ (en degré)	360	103
Longueur de l'arc $\widehat{M'M}$ (en centimètre) (Valeur arrondie au dixième de centimètre)	196,7	56,5

L'angle $\widehat{M'SM}$ mesure 103°.

Partie B

1. Calculons le volume du cône :

$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times 9^2 \times 30 \approx 2545\ cm^3$$

Le volume du cône est de 2545 cm^3.

2. Calculons le coefficient de réduction permettant de passer du grand cône de hauteur 30 cm au petit cône de hauteur 15 cm.

$$\frac{15}{30} = 0{,}5$$

Le rapport de réduction est de 0,5.

Le volume du petit cône est obtenu en multipliant le volume du grand cône par $0{,}5^3$.

$$0{,}5^3 = 0{,}125 = 12{,}5\%$$

Le volume occupé par les bonbons représente 12,5% du volume du chapeau. L'estimation de Léo est correcte.