

DNB de Mathématiques : Asie (17 juin 2024)

> **Exercice 1**

Question 1 : Réponse D

1 n'a qu'un seul diviseur, 21 est divisible par 3 et par 7, 54 est divisible par 2 donc seul **37 est premier**

Question 2 : Réponse B

Un cube a 6 faces carrées : $6 \times 5^2 = 150 \text{ cm}^2$

Question 3 : Réponse B

$$4x^2 - 9 = (2x)^2 - 3^2 = (2x - 3)(2x + 3)$$

Question 4 : Réponse A

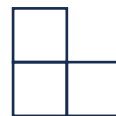
Par proportionnalité on a $\frac{16}{9} = \frac{110}{x}$ soit $x = 9 \times \frac{110}{16} = 61,875$

Question 5 : Réponse B

On ordonne les données et on prend la valeur centrale : 3,4 - 3,67 - **4,1** - 4,23 - 4,5

> **Exercice 2**

1) Affirmation fausse : Il manque la face du cube supérieure



2) Affirmation fausse

(ON) et (UD) se coupent en S. Les points S, N, O et S, U, D sont alignés dans le même ordre.

$$\frac{SO}{SN} = \frac{2ON}{ON} = 2 \quad \text{et} \quad \frac{SD}{SU} = \frac{SU+UD}{SU} = \frac{5+6}{5} = \frac{11}{5}$$

On remarque que $\frac{SO}{SN} \neq \frac{SD}{SU}$. D'après la contraposée du théorème de Thalès, les droites (NU) et (OD) ne sont pas parallèles.

3) Affirmation vraie

Il y a 6 boules bleues sur 10 boules. La probabilité de tirer une boule bleue est de $\frac{6}{10} = 0,6$.

Il y a 3 nombres pairs sur les 6 faces d'un dé. La probabilité d'obtenir un nombre pair est de $\frac{3}{6} = 0,5$.

La probabilité d'obtenir une boule bleue dans l'urne est supérieure à la probabilité d'obtenir un nombre pair avec le dé.

> Exercice 3

1) Dans le triangle BCG rectangle en C, on a d'après le théorème de Pythagore :

$$BG^2 = CB^2 + CG^2$$

$$20^2 = CB^2 + 10^2$$

$$400 = CB^2 + 100$$

$$CB^2 = 400 - 100$$

$$CB^2 = 300$$

CB est une longueur donc positive.

$$CB = \sqrt{300}$$

$$CB \approx 17,3 \text{ cm}$$

[BC] mesure environ 17,3 cm.

2) Dans le triangle BAG, $AB = 2 \text{ BC}$

$$AB = 2 \times 17,3 = 34,6 \text{ cm}$$

L'aire $\mathcal{A}_{BAG}$ du triangle est :

$$\mathcal{A}_{BAG} = \frac{AB \times CG}{2}$$

$$\mathcal{A}_{BAG} = \frac{34,6 \times 10}{2} \approx 173 \text{ cm}^2$$

L'aire du triangle BAG est d'environ 173 cm².

3) a. Dans le triangle BCG rectangle en C, on a d'après la trigonométrie :

$$\cos(\widehat{CGB}) = \frac{CG}{BG}$$

$$\cos(\widehat{CGB}) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

$$\widehat{CGB} = 60^\circ$$

L'angle $\widehat{CGB}$ mesure exactement 60° .

3) b. Les triangles ACG et CGB ont deux côtés de même longueur ($AC = CB$ et $CG = CG$) encadrant un angle de même mesure ($\widehat{ACG} = \widehat{CGB}$). Ils sont égaux.

Donc $\widehat{AGC} = \widehat{CGB} = 60^\circ$. Ainsi $\widehat{AGB} = \widehat{AGC} + \widehat{CGB} = 120^\circ$.

Autre méthode : G est le centre du cercle de rayon $[AG]$ et B est sur le cercle donc $AG = BG$

Le triangle AGB est isocèle en G. C est le milieu de $[AB]$ donc $[GC]$ est médiane, médiatrice hauteur et bissectrice. Ainsi $\widehat{AGB} = 2\widehat{CGB} = 120^\circ$.

4) $\widehat{AGB} \times 3 = 120 \times 3 = 360^\circ$

En assemblant 3 pièces par le sommet G, les trois élèves formeront un angle au centre de 360° soit un cercle complet.

5) L'aire d'une pièce est le tiers de l'aire du cercle formé par les trois pièces de centre G et de rayon $BG = 20$ cm.

$$\mathcal{A} = \frac{1}{3} \times \pi \times BG^2$$

$$\mathcal{A} = \frac{1}{3} \times \pi \times 20^2$$

$$\mathcal{A} \approx 419 \text{ cm}^2$$

> Exercice 4

Partie A

1) D'après le tableau, il y a 803 km entre Strasbourg et Marseille.

$$803 \times 2 = 1606$$

Les amis vont parcourir 1606 km pour le trajet Strasbourg – Marseille aller-retour.

2) Avec la formule B :

$$300 + 0,25 \times 1606 = 300 + 401,5 = 701,5$$

La location coûtera 701,50 € avec la formule B.

3) Avec la formule A :

$$0,50 \times 1606 = 803$$

La location coûtera 803 € avec la formule A.

Avec la formule C : La location coûtera 900 € avec la formule C.

La formule B est la plus avantageuse pour cet aller-retour.

4) Le coût total du voyage se compose de

- la location de la voiture : 701,50 €.

- le péage : 115,80 €.

- le carburant :

$$\text{Nombre de litres consommés : } 1606 \times \frac{5,6}{100} \approx 90 \text{ L}$$

$$\text{prix payé : } 90 \times 1,87 = 168,30 \text{ €}$$

$$\text{Total} = 701,50 + 115,80 + 168,30 = 985,60 \text{ €}$$

Le coût total du voyage est de 985,60 €. Les amis disposent d'un budget de 1000 € qui sera suffisant pour ce voyage.

Partie B

5) Formule A : $0,5x$

Formule B : $0,25x + 300$

Formule C : 900

6) La courbe 1 est associée à la formule C (*fonction constante* $f(x) = b$).

La courbe 2 est associée à la formule B (*fonction affine* $f(x) = ax + b$).

La courbe 3 est associée à la formule A (*fonction linéaire* $f(x) = ax$).

(Justifications non demandées)

7) On résout :

$$\begin{aligned} 0,25x + 300 &= 0,5x \\ \Leftrightarrow 300 &= 0,5x - 0,25x \\ \Leftrightarrow 300 &= 0,25x \\ \Leftrightarrow \frac{300}{0,25} &= x \\ \Leftrightarrow x &= 1200 \end{aligned}$$

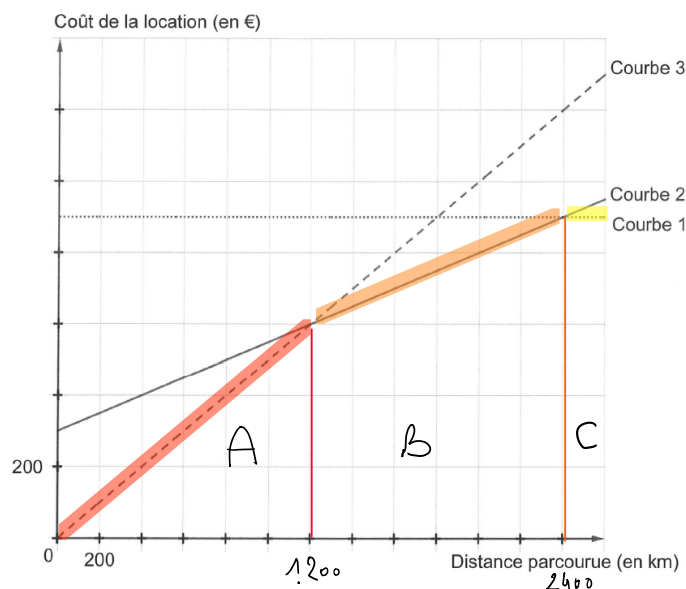
L'équation précédente a une solution : $x = 1200$.

Le prix payé avec les formules A et B sera le même pour 1200 km parcourus.

8) a. Si la distance parcourue est de 2500 km, il faut choisir la formule C pour payer le moins cher. (On regarde sur le graphique quelle droite est la plus basse pour $x = 2500$)

8) b. La formule A est la plus intéressante pour une distance parcourue de 400 km. (La courbe 3 est en dessous des deux autres pour des valeurs de x inférieures à 1200. On peut donner n'importe quel nombre inférieur à 1200)

8) c.



Pour une distance parcourue inférieure à 1200 km, la formule A est la plus avantageuse.

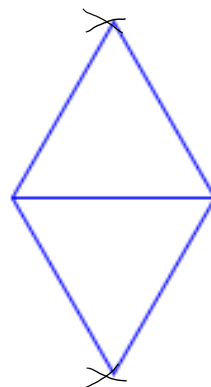
Pour une distance parcourue comprise entre 1200 et 2400 km, la formule B est la plus avantageuse.

Pour une distance parcourue comprise entre 2400 et 2600 km, la formule C est la plus avantageuse.

> Exercice 5

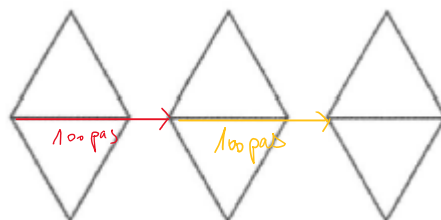
1) Le lutin se positionne au point de coordonnées $(-100; 0)$ juste après avoir cliqué le drapeau vert.

2) On obtient un losange de 4 cm de côté (la figure ci-contre n'est pas à l'échelle). On trace un segment horizontal de 4 cm. Avec le compas, on mesure un écartement de 4 cm et on construit deux triangles à partir du segment tracé.



3) Le script 1 est associé à la figure B.

Le lutin trace un premier losange, revient à sa position initiale, avance de 100 pas puis trace un 2^e losange et un 3^e. Chaque losange est donc séparé de 20 pas (100 pas : 80 pas pour le trait horizontal plus 20 pas) du suivant.



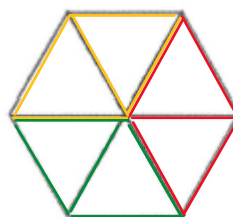
Le script 2 est associé à la figure A.

Le lutin trace un losange, revient à sa position initiale. Le côté est multiplié par 1,2 et le lutin trace un nouveau losange en partant du même point et recommence une 3^e fois (losange rouge, puis jaune puis vert ci-contre).



Le script 3 est associé à la figure C.

Le lutin trace le losange rouge, puis le jaune et le vert.



4) a. Trois losanges ont été tracés, le bloc « motif » a été exécuté trois fois.

4) b. La variable « côté » est multipliée 3 fois de suite par 1,2.

$$80 \times 1,2 \times 1,2 \times 1,2 = 138,24$$

La variable « côté » prend la valeur 138,24 à la fin du script 2.

Remarque : aucun des losanges tracés n'a cette dimension car le script s'arrête juste après la dernière multiplication par 1,2.