DNB de Mathématiques : Amérique du Nord (29 mai 2024)

> Exercice 1

1. Rangeons les données dans l'ordre croissant puis calculons moyenne et médiane.

$$7; 10; 12; 13; 15$$

$m = \frac{7+10+12+13+15}{5}$

$m = \frac{57}{5}$

$m = 11{,}4$

La moyenne des prix est 11,40€. L'affirmation **A** est **vraie**.

La série contient 5 valeurs. La médiane est la 3e valeur de la série.

$$Me = 12$$

La médiane des prix est de 12€. L'affirmation **B** est **fausse.**

2. Calculons la vitesse $v = \frac{d}{t}$

$$v = \frac{20}{6} = 3{,}33\ m/s$$

$$\frac{20m}{6s} = \frac{0{,}020\ km}{6 \times \frac{1}{3600}h} = 12\ km/h$$

La vitesse de l'élève est de 12 km/h. L'affirmation **C** est **fausse.**

Autre méthode : Par proportionnalité

distance (en km)	14	0,020
temps (en s)	3600	

$3600 \times \frac{0{,}020}{14} \approx 5{,}1$. L'élève devrait mettre 5,1 secondes pour parcourir 20 m à 14 km/h. L'affirmation **C** est **fausse.**

3. Les nombres premiers entre 1 et 15 sont 2, 3, 5, 7, 11, 13.

Il y a 6 nombres premiers sur les 15 nombres.

$$p = \frac{6}{15}$$

L'affirmation **D** est **fausse**.

4. Dans une homothétie de rapport k, les longueurs sont multipliées par k et les aires par k^2.

L'aire du triangle A'B'C' est donc égale à 9 fois l'aire du triangle ABC.

L'affirmation **E** est **fausse.**

> **Exercice 2**

1. Exécutons ce programme de calcul avec 2 :

$2+2=4$ et $2\times 5=10$

$4\times 4=16$ et $10-3=7$

$16\times 7=112$

Si on choisit 2 comme nombre de départ, le résultat est 112.

2. Exécutons ce programme de calcul avec -3 :

$-3+2=-1$ et $-3\times 5=-15$

$-1\times 4=-4$ et $-15-3=-18$

$-4\times(-18)=72$

Quand on choisit -3 comme nombre de départ, le résultat est 72.

3. Puisqu'aucune justification n'est demandée, on peut remplacer x par 2 et voir quelles expressions donnent 112. (NB : Ceci ne peut pas servir de preuve car un exemple ne prouve rien en mathématiques).

Les expressions A et B donnent 70. Les expressions C et D donnent 112.

On peut exécuter le programme avec x pour voir quelles expressions ont obtient. Cette méthode serait celle attendue comme justification.

$x+2$ et $5x$

$(x+2)\times 4$ et $5x-3$

$(x+2)\times 4\times(5x-3)$

On obtient l'expression D et en distribuant 4 dans la première parenthèse on retrouve l'expression C $(4x+8)(5x-3)$.

Les expressions C et D permettent d'exprimer le résultat à l'arrivée de ce programme de calcul.

4. Puisque l'expression D est celle du programme de calcul on pose :

$$(x+2)\times 4\ \times (5x-3)=0$$

Un produit de facteurs est nul si au moins un des facteurs est nul :

$x+2=0$ ou $5x-3=0$ et 4 n'est jamais nul.

$x=-2$ ou $5x=3$

$x=-2$ ou $x=\frac{3}{5}$

$$S=\left\{-2\,;\frac{5}{3}\right\}$$

Les deux nombres de départ qui permettent d'obtenir 0 à l'arrivée sont -2 et $\frac{5}{3}$.

5. Développons B :

$$(4x+2)(5x-3)=4x\times 5x-4x\times 3+2\times 5x-2\times 3$$

$$(4x+2)(5x-3)=20x^2-12x+10x-6$$

$$(4x+2)(5x-3)=20x^2-2x-6$$

> **Exercice 3**

1. $3\times 11=33$

Avec le tarif « Classique», une personne qui achète 3 entrées paie 33 €.

2. $50+8\times 5=50+40=90$

Avec le tarif « Essentiel », une personne qui va 8 fois au cinéma paie 90 €.

3. On reconnaît le calcul effectué à la question 2 pour la fonction f et à la question 1 pour la fonction h.

La fonction f correspond au tarif « Essentiel », la fonction g correspond au tarif « Liberté» et la fonction h correspond au tarif « Classique ».

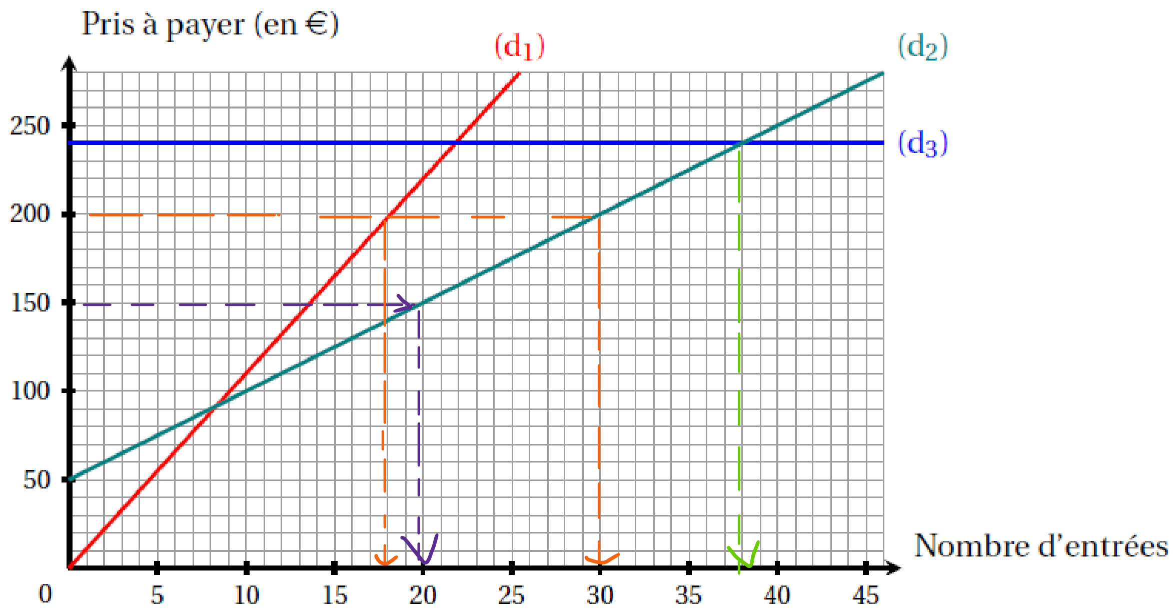
4. La droite (d_1) passe par l'origine du repère. C'est caractéristique d'une situation de proportionnalité. C'est donc le tarif « Classique » qui propose un prix proportionnel au nombre d'entrées.

5. a. Par lecture graphique, pour 150€ avec le tarif « Essentielle » on peut acheter 20 entrées.

b. Le tarif « Liberté » devient le plus intéressant quand (d_3) reste en dessous des 2 autres droites.

Le tarif « Liberté » devient le plus intéressant à partir de 38 entrées achetées.

c. Avec 200€, on peut acheter 18 entrées avec le tarif « Classique » et 30 entrées avec le tarif « Essentiel ». C'est le tarif « Essentiel » qui permet d'acheter le plus grand nombre d'entrées avec 200€ de budget.



> **Exercice 4**

1. $FJ = EJ - EF$

$FJ = EJ - HG$

$FJ = 10 - 6$

$FJ = 4\ m$

La longueur FJ est de 4 m.

2. Déterminons le périmètre P de la figure :

$$P = EJ + GJ + HG + HE$$

Calculons GJ :

Dans le triangle FGJ rectangle en F, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$GJ^2 = FG^2 + FJ^2$$

$$GJ^2 = 3^2 + 4^2$$

$$GJ^2 = 25$$

$$GJ = 5$$

Calculons le périmètre demandé :

$$P = EJ + GJ + HG + HE$$

$$P = 10 + 5 + 6 + 3$$

$$P = 24\ m$$

Les Martin doivent acheter au minimum 24 m de planches.

3. a. Calculons l'aire A_1 du rectangle EFGH et l'aire A_2 du triangle FGJ

$$A_1 = EF \times EH$$
$$A_1 = 6 \times 3$$
$$A_1 = 18\ m^2$$

$$A_2 = \frac{FJ \times FG}{2}$$
$$A_2 = \frac{4 \times 3}{2}$$
$$A_2 = 6\ m^2$$

Calculons l'aire A de la terrasse :

$$A = A_1 + A_2$$

$$A = 18 + 6$$

$$A = 24\ m^2$$

Déduisons-en le volume de la terrasse :

$$V = A \times IJ$$

$$V = 24 \times 0{,}15$$

$$V = 3{,}6\ m^3$$

Le volume de la terrasse est bien inférieur à 4 m^3.

b. S'il faut 250 kg de ciment pour 1 m^3 de béton, pour 4 m^3 de béton, il en faut 4 fois plus/

$$4 \times 250 = 1000\ kg$$

Pour 4 m^3 de béton, il faut 1000 kg de ciment.

c. Dressons le tableau de proportionnalité suivant :

Composant	ciment	gravier	sable
Proportion	2	7	5
Masse (kg)	1000	**3500**	**2500**

En calculant la quatrième proportionnelle on a :

$$m_{gravier} = \frac{1000 \times 7}{2} = 3500\ kg$$

$$m_{sable} = \frac{1000 \times 5}{2} = 2500\ kg$$

Il faut 3500 kg de gravier et 2500 kg de sable pour réaliser 4 m^3 de béton.

4. D'après la question 3a, la surface supérieure de la terrasse est de 24 m^2.

Déterminons le nombre de pots de peinture nécessaires :

1 L de peinture couvre 5 m^2.

$\frac{24}{5} = 4{,}8$

Il faut 4,8 L de peinture pour couvrir 24 m^2 d'une couche de peinture.

$4{,}8 \times 2 = 9{,}6$

Deux couches de peinture étant nécessaires, il faut 9,6 L de peinture pour peindre la surface supérieure de la terrasse.

Les Martins peuvent choisir d'acheter 2 pots de peinture A ou 1 pot de peinture B.

Calculons le prix payé dans chaque cas.

<u>Peinture A :</u> Le premier pot coute 79,90€ et le deuxième pot est à moitié prix :

$$79{,}90\ +\ 79{,}90 \times \left(1 - \frac{50}{100}\right) = 79{,}90 + \frac{79{,}90}{2} = 119{,}85$$

Le prix à payer est de 119,85 €

Peinture B : La réduction ne s'applique pas puisqu'un seul article est acheté.

Le prix payé est de 129,90€.

Pour effectuer ces travaux, M. et Mme Martin doivent acheter 2 pots de peinture A. Ils paieront 119,85€.

> **Exercice 5**

Partie A

1. Dans le triangle ABC, $\widehat{CAB} = \widehat{ABC} = 60°$.

Or dans un triangle la somme de la mesure des angles est égale à 180°

Donc $\widehat{ACB} = 180 - (60 + 60) = 60°$

Le triangle ABC a trois angles de 60°, il est donc équilatéral.

2. Le triangle ABC est équilatéral. On en déduit que $AB = AC = BC = 240\ mm$.

Le triangle CDE est également équilatéral d'après le codage. On en déduit que $CD = DE = CE = 80\ mm$

Les droites (AE) et (DB) se coupent en C.

Les point A, C, E et B, C, D sont alignés dans le même ordre.

$\frac{CA}{CE} = \frac{240}{80} = 3$ et $\frac{AB}{DE} = \frac{240}{8} = 3$

Ainsi $\frac{CA}{CE} = \frac{AB}{DE}$ donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (DE) et (AB) sont parallèles.

Partie B

1. Les coordonnées recherchées sont écrites dans la ligne 2 du programme. Le lutin a pour coordonnées (-180 ; -150) au départ.

2. Pour savoir quelle valeur utiliser, il faut savoir quel triangle est tracé en premier. On remarque qu'à la ligne 8, on divise par 3 la longueur du côté. On comprend alors que le programme commence par tracer le grand triangle, divise par 3 la longueur du côté pour ensuite tracer le petit triangle.

A la ligne 4, on spécifie la longueur du côté du grand triangle : **240**.

3. A l'issue de la ligne 5, le lutin se retrouve à sa position de départ, orienté vers la droite. En tournant de 60° dans le sens direct (anti-horaire) il prend la direction du côté [AC]. En avançant de 240, il avance au point C. Il se retrouve donc dans la case **G3**.

4. Le grand triangle mesure 240 mm de côté, le petit triangle mesure 80 mm de côté. Le rapport de réduction est de 1/3 d'après la question 2 de la partie A. La ligne 8 divise par 3 la longueur du côté du grand triangle ABC pour dessiner le petit triangle CDE, réduction de ABC d'un rapport 1/3.