

Les ensembles de nombres

Exercice 1

Question 1

Donner la définition d'un nombre rationnel.

Question 2

3,14 est-il rationnel ?

Question 3

Donner la définition d'un nombre décimal.

Question 4

Montrer que le nombre $\frac{11}{250}$ est un nombre décimal.

Question 5

Déterminer "le plus petit" ensemble $\mathbb{R}$, $\mathbb{N}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{Z}$, ou $\mathbb{D}$ auxquels appartiennent ces deux nombres.

$\frac{2}{10^{-3}}$; $\sqrt{2}$

Question 6

Montrer que le nombre suivant est un entier.

$$A = (\sqrt{8} - 3)(\sqrt{8} + 3)$$

Exercice 2

1. Compléter le tableau suivant avec les symboles $\in$ ou $\notin$

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{D}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
$-1,4 \times 10^2$					
$\pi - 0,14$					
$\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$					
$(-6)^2$					
-3^2					
$\frac{41 \times 19}{11}$					
$\sqrt{2} + \sqrt{3}$					
$-\frac{77}{40}$					

2. En justifiant vos réponses, déduire le plus petit ensemble dans lequel appartient le 6^{ème} et 8^{ème} nombre du tableau. (On utilisera le symbolisme)

3. Sans justifier, donner le plus petit ensemble dans lequel appartient les autres nombres du tableau. (On utilisera le symbolisme)

Exercice 3 :

Pour chacun des nombres suivants, dire à quel plus petit ensemble il appartient : (Aucune justification n'est attendue.)

$$-2 \quad \frac{12}{4} \quad \frac{5}{2} \quad \frac{7}{3} \quad \sqrt{7} \quad 0$$

Exercice 4 :

En vous appuyant sur la définition des nombres décimaux, démontrez que 1,735 est bien un nombre décimal.

Exercice 5 :

Soit $a \in \mathbb{Z}$ un nombre pair et soit $b \in \mathbb{Z}$ un nombre impair. On veut montrer que $a + b$ est impair.

- 1) En utilisant les définitions des nombres pairs et impairs, écrire a et b de manière générale.
- 2) Calculer $a + b$ à l'aide de la question précédente.
- 3) Après avoir réécrit l'expression de $a + b$ sous la bonne forme, conclure.

Exercice 6 :

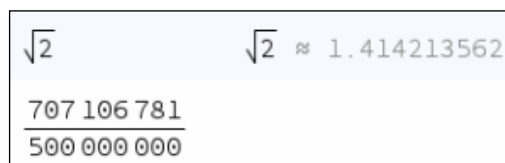
- 1) La calculatrice donne $\pi \approx 3,1415265$. Donner un encadrement de π d'amplitude 10^{-3} .
- 2) Quelle est l'amplitude de l'encadrement suivant de $\frac{2}{7}$? $0,2857 < \frac{2}{7} < 0,2858$:
- 3) La calculatrice donne $\sqrt{3} - 1,731 = 0,00105$. On peut donc dire que 1,731 est une valeur approchée de $\sqrt{3}$ mais est-ce par excès ou par défaut ?

Exercice 7 :

Pour chaque proposition dire si elle est vraie ou fausse. Justifier la réponse.

- a) Il existe deux nombres décimaux non nuls dont le quotient n'est pas un nombre décimal.
- b) Sébastien affirme que : « $\sqrt{2} = \frac{707\,106\,781}{500\,000\,000}$ d'après sa calculatrice ». Pour cela il montre son écran de calculatrice :

Qu'en penses-tu ?



$\sqrt{2}$ $\sqrt{2} \approx 1.414213562$
 $\frac{707\,106\,781}{500\,000\,000}$

Exercice 8 : Compléter le tableau ci-dessous :

On a démontré en cours que $\sqrt{2}$ est un irrationnel.

Objectif de cet exercice : Montrer que $1 + \sqrt{2}$ est aussi irrationnel.

Démonstration	JUSTIFICATION
Supposons que $1 + \sqrt{2}$ est un rationnel	Quel type de raisonnement utilise-t-on ici ?
Il existe deux entiers a et b non nuls tels que : $1 + \sqrt{2} = \frac{a}{b} \quad (L_1)$	Justifier la ligne (L_1) en utilisant le cours :
D'où : $\sqrt{2} = \frac{a-b}{b} \quad (L_2)$	Détailler le passage de (L_1) à (L_2) :
Les nombres $(a - b)$ et b sont des nombres	
Terminer la démonstration et conclure :	