PROBABILITÉS

— SECONDE —

1. EXPÉRIENCE ALÉATOIRE, UNIVERS, ÉVÈNEMENTS

- une **expérience aléatoire** a plusieurs résultats possibles, les **issues**, sans que l'on sache lequel se produira ;
- l'**univers** Ω est l'ensemble de toutes les issues ;
- un **évènement** est une partie de Ω, **réalisé** si l'issue obtenue lui appartient ; s'il ne contient qu'une issue, il est dit **élémentaire**.

Une **loi de probabilité** associe à chaque issue x_i un nombre p_i tel que $0 \leq p_i \leq 1$ et $p_1 + p_2 + \cdots + p_n = 1$.
La probabilité d'un évènement est la **somme** des probabilités des issues qui le composent.

Exemple

On lance un dé équilibré à six faces.
$\Omega = \{1;2;3;4;5;6\}$, chaque issue a pour probabilité $\frac{1}{6}$.
A : « obtenir un nombre pair » $= \{2;4;6\}$, donc $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

$$P(\Omega) = 1 \qquad P(\varnothing) = 0 \qquad 0 \leq P(A) \leq 1$$

2. SITUATION D'ÉQUIPROBABILITÉ

Lorsque toutes les issues ont la **même** probabilité :

$$P(A) = \frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre total d'issues}}$$

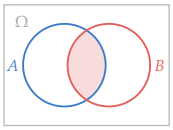
Les mots « équilibré », « bien mélangé », « au hasard » signalent l'équiprobabilité.

Exemple

Un jeu de 32 cartes, on en tire une au hasard.
$P(\text{cœur}) = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$
$P(\text{roi}) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$

3. CONTRAIRE, RÉUNION, INTERSECTION

$A \cap B$: A **et** B sont réalisés.
$A \cup B$: A **ou** B (au moins l'un) est réalisé.
$\overline{A}$: A n'est **pas** réalisé.

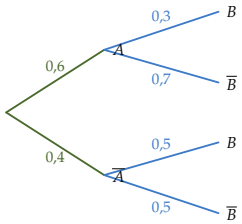


$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

A et B sont **incompatibles** si $A \cap B = \varnothing$; alors $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

4. ARBRES ET PROBABILITÉS CONDITIONNELLES



$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad (P(A) \neq 0)$$

- la somme des probabilités des branches issues d'un **même nœud** vaut 1 ;
- la probabilité d'un **chemin** est le **produit** des probabilités rencontrées : $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$;
- la probabilité d'un évènement est la **somme** des probabilités des chemins qui le réalisent.

Lecture de l'arbre

$P(A \cap B) = 0{,}6 \times 0{,}3 = 0{,}18$
$P(B) = 0{,}6 \times 0{,}3 + 0{,}4 \times 0{,}5 = 0{,}38$

5. TABLEAU CROISÉ D'EFFECTIFS

	B	$\overline{B}$	**Total**
A	18	42	60
$\overline{A}$	20	20	40
Total	38	62	100

Sur 100 individus tirés au hasard :

$P(A \cap B) = \frac{18}{100} = 0{,}18$ $\qquad$ $P(B) = \frac{38}{100} = 0{,}38$
$P_A(B) = \frac{18}{60} = 0{,}3$: on se restreint à la **ligne** A.

6. ERREURS À ÉVITER

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ n'est vrai que si A et B sont **incompatibles** : sinon l'intersection est comptée deux fois.

$P_A(B)$ et $P_B(A)$ ne sont **pas** égales : le dénominateur n'est pas le même.

Sur un arbre, on **multiplie** le long d'un chemin et on **additionne** entre les chemins.

À RETENIR

Équiprobabilité : $P(A) = \frac{\text{favorables}}{\text{total}}$.

$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$ et $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Arbre : produit le long d'un chemin, somme entre les chemins.

$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$: on se restreint à A.

pierre-carree.fr