PROPORTIONS ET ÉVOLUTIONS

— SECONDE —

1. PROPORTIONS ET POURCENTAGES

$$p = \frac{\text{effectif de la partie}}{\text{effectif total}} = \frac{n_A}{n}$$

- une proportion vérifie toujours $0 \leq p \leq 1$;
- p s'exprime en **pourcentage** : $p = 0{,}35 = 35\,\%$;
- l'effectif de la partie vaut $n_A = p \times n$.

Prendre un pourcentage : $t\,\%$ d'une quantité Q, c'est $\dfrac{t}{100} \times Q$.

Proportion d'une proportion

Si B est une partie de A, et A une partie de E :

$$p_{B/E} = p_{B/A} \times p_{A/E}$$

Les proportions se **multiplient**, elles ne s'additionnent pas.

Exemple

Dans un lycée, $60\,\%$ des élèves sont en seconde, et $30\,\%$ de ces secondes sont demi-pensionnaires.
Part de l'ensemble : $0{,}60 \times 0{,}30 = 0{,}18$, soit $18\,\%$.

2. VARIATION ABSOLUE ET RELATIVE

Une quantité passe de la valeur **de départ** V_D à la valeur **d'arrivée** V_A :

variation absolue $= V_A - V_D$

taux d'évolution $t = \dfrac{V_A - V_D}{V_D}$

- la variation absolue s'exprime dans l'**unité** de la grandeur (euros, habitants…) ;
- le taux d'évolution est un **nombre sans unité**, que l'on exprime en pourcentage ;
- $t > 0$: augmentation ; $t < 0$: diminution.

3. COEFFICIENT MULTIPLICATEUR

$$V_A = \text{CM} \times V_D \qquad \text{CM} = \frac{V_A}{V_D} = 1 + t$$

Augmenter de $t\,\%$: multiplier par $1 + \dfrac{t}{100}$

Diminuer de $t\,\%$: multiplier par $1 - \dfrac{t}{100}$

t	$+25\,\%$	$+5\,\%$	$-20\,\%$	$-3\,\%$
CM	1,25	1,05	0,80	0,97

Un CM supérieur à 1 traduit une hausse, inférieur à 1 une baisse.

4. ÉVOLUTIONS SUCCESSIVES ET ÉVOLUTION RÉCIPROQUE

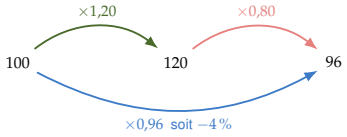
Successives : le coefficient multiplicateur global est le **produit** des coefficients :

$$\text{CM}_{\text{global}} = \text{CM}_1 \times \text{CM}_2$$

Réciproque : l'évolution qui ramène à la valeur de départ a pour coefficient

$$\text{CM}' = \frac{1}{\text{CM}}$$

Les **taux ne s'additionnent jamais** : il faut toujours repasser par les coefficients multiplicateurs, puis revenir au taux par $t = \text{CM} - 1$.



Réciproque

Après une hausse de $25\,\%$ ($\times 1{,}25$), il faut multiplier par $\dfrac{1}{1{,}25} = 0{,}80$, soit une baisse de $20\,\%$, pour revenir à la valeur initiale.

5. EXEMPLES DE CALCULS

Calculer un taux

Un loyer passe de 640 € à 688 €.
$t = \dfrac{688 - 640}{640} = \dfrac{48}{640} = 0{,}075$, soit $+7{,}5\,\%$.

Appliquer un taux

Un article à 80 € subit une remise de $15\,\%$:
$80 \times (1 - 0{,}15) = 80 \times 0{,}85 = 68$ €.

Retrouver la valeur de départ

Après une hausse de $4\,\%$, un prix vaut 52 € :
$V_D = \dfrac{52}{1{,}04} = 50$ €.

6. ERREURS À ÉVITER

$+20\,\%$ puis $-20\,\%$ ne ramène **pas** à la valeur initiale : $1{,}2 \times 0{,}8 = 0{,}96$, soit une baisse de $4\,\%$.

Une baisse de $50\,\%$ se compense par une hausse de $100\,\%$, et non de $50\,\%$.

Ne pas confondre **variation absolue** ($+48$ €) et **taux d'évolution** ($+7{,}5\,\%$).

Pour retrouver V_D, on **divise** par le CM : on ne retire pas le pourcentage.

À RETENIR

- Taux d'évolution : $t = \frac{V_A - V_D}{V_D}$, sans unité.
- $\text{CM} = 1 + t$ et $V_A = \text{CM} \times V_D$.
- Évolutions successives : les CM se multiplient.
- Évolution réciproque : $\text{CM}' = \frac{1}{\text{CM}}$.

pierre-carree.fr