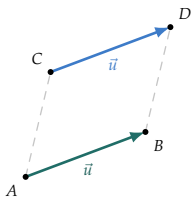
LES VECTEURS

— SECONDE —

1. NOTION DE VECTEUR

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est caractérisé par sa **direction** (celle de la droite (AB)), son **sens** (de A vers B) et sa **norme** $\|\overrightarrow{AB}\| = AB$ (la longueur).

- $\overrightarrow{AB}$ définit la **translation** qui envoie A sur B ;
- $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$ est le **vecteur nul** (norme nulle) ;
- $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$: même direction, même norme, sens opposé.



$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$: $ABDC$ est un parallélogramme. On note aussi $\vec{u}$ ce vecteur, indépendamment de son origine.

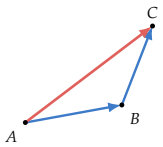
Égalité de deux vecteurs

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \iff ABDC$ est un **parallélogramme** (éventuellement aplati). Attention à l'ordre des sommets : $ABDC$, et non $ABCD$.

2. SOMME DE VECTEURS

Relation de Chasles : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

Bout à bout : on enchaîne les deux translations, l'extrémité de la première étant l'origine de la seconde.



$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ si $ABCD$ est un parallélogramme (**règle du parallélogramme**, même origine).

$\vec{u} + \vec{0} = \vec{u} \qquad \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$

3. PRODUIT D'UN VECTEUR PAR UN RÉEL

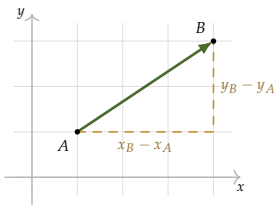
Pour k réel et $\vec{u} \neq \vec{0}$, le vecteur $k\vec{u}$ a :

- la **même direction** que $\vec{u}$;
- le **même sens** si $k > 0$, le sens **opposé** si $k < 0$;
- pour norme $\|k\vec{u}\| = |k| \times \|\vec{u}\|$.



I est le **milieu** de $[AB] \iff \overrightarrow{AI} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} \iff \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$.

4. VECTEURS ET COORDONNÉES



Dans un repère $(O\,;\vec{i},\vec{j})$, avec $A(x_A\,;y_A)$ et $B(x_B\,;y_B)$:

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \qquad \|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$I \text{ milieu de } [AB] : I\left(\frac{x_A + x_B}{2}\,;\frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

Deux vecteurs sont **égaux** si et seulement s'ils ont les **mêmes coordonnées**. Un point $M(x\,;y)$ vérifie $\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

5. OPÉRATIONS EN COORDONNÉES

Pour $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ et k réel :

$$\vec{u} + \vec{v}\begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix} \qquad k\vec{u}\begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$$

Exemple

$\vec{u}\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$ donnent $\vec{u} + \vec{v}\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $3\vec{u}\begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix}$.

6. MÉTHODES À MAÎTRISER

Montrer que $ABDC$ est un parallélogramme

Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et de $\overrightarrow{CD}$ et vérifier qu'elles sont égales.

Déterminer un point manquant

Traduire l'égalité vectorielle en deux équations sur les abscisses et les ordonnées, puis résoudre.

Nature d'un quadrilatère

$ABCD$ est un parallélogramme si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$; si de plus $\|\overrightarrow{AB}\| = \|\overrightarrow{BC}\|$, c'est un losange.

À RETENIR

- Un vecteur : direction, sens, norme — son origine est libre.
- Chasles : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$, on enchaîne bout à bout.
- $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $x_B - x_A$ et $y_B - y_A$: fin moins début.
- Vecteurs égaux $\iff$ mêmes coordonnées $\iff$ parallélogramme.

pierre-carree.fr