ÉTUDE GLOBALE D'UNE FONCTION

— SECONDE —

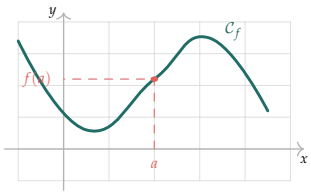
1. VOCABULAIRE : IMAGE, ANTÉCÉDENT, COURBE

Une **fonction** f définie sur un ensemble $\mathcal{D}$ associe à chaque réel x de $\mathcal{D}$ **un seul** réel noté $f(x)$.

- $f(x)$ est l'**image** de x ; elle est unique ;
- x est un **antécédent** de y lorsque $f(x) = y$; il peut y en avoir plusieurs, ou aucun ;
- $\mathcal{D}$ est l'**ensemble de définition** : les valeurs de x pour lesquelles le calcul est possible.

Courbe représentative

$\mathcal{C}_f$ est l'ensemble des points $M(x\,;f(x))$ pour $x \in \mathcal{D}$.
$M(a\,;b) \in \mathcal{C}_f \iff a \in \mathcal{D}$ et $b = f(a)$.



Une courbe représente une fonction si toute verticale la coupe **au plus une fois**.

2. LECTURES GRAPHIQUES

Image d'un nombre a

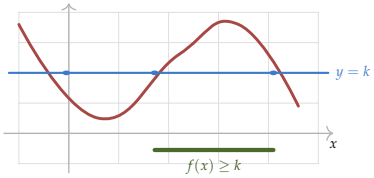
On part de a sur l'axe des abscisses, on monte jusqu'à la courbe, puis on lit l'ordonnée : c'est $f(a)$.

Antécédents d'un nombre k

On trace la droite **horizontale** $y = k$: les abscisses des points d'intersection avec $\mathcal{C}_f$ sont les antécédents de k.

Le nombre de solutions de $f(x) = k$ est le nombre de **points d'intersection** entre $\mathcal{C}_f$ et la droite $y = k$.

3. RÉSOUDRE GRAPHIQUEMENT



$f(x) = k$: abscisses des **points d'intersection**.
$f(x) \geq k$: abscisses des points de $\mathcal{C}_f$ situés **au-dessus** de la droite $y = k$.

Pour $f(x) \geq g(x)$: abscisses où $\mathcal{C}_f$ est au-dessus de $\mathcal{C}_g$.

4. SENS DE VARIATION ET TABLEAU DE VARIATIONS

Soit f définie sur un intervalle I, et a, b deux réels de I :

f est **croissante** sur I si $a \leq b \Rightarrow f(a) \leq f(b)$ (l'ordre est conservé)
f est **décroissante** sur I si $a \leq b \Rightarrow f(a) \geq f(b)$ (l'ordre est inversé)

Le sens de variation s'énonce **toujours sur un intervalle**, jamais en un point isolé. Un **tableau de variations** résume, de gauche à droite, les variations et les valeurs remarquables de f.

x	-2		1		3		6
$f(x)$	0	↗	5	↘	-1	↗	4

Lecture : f croît de 0 à 5 sur $[-2\,;1]$, décroît jusqu'à -1 sur $[1\,;3]$, puis croît jusqu'à 4 sur $[3\,;6]$.

5. MAXIMUM ET MINIMUM

Soit f définie sur I et $\alpha \in I$:

$f(\alpha)$ est le **maximum** de f sur I si $f(x) \leq f(\alpha)$ pour tout $x \in I$.
$f(\alpha)$ est le **minimum** de f sur I si $f(x) \geq f(\alpha)$ pour tout $x \in I$.

Vocabulaire

Le **maximum** est une **valeur** (une ordonnée) ; il est **atteint en** α (une abscisse). Les deux ne se confondent pas.

D'après le tableau ci-dessus, le maximum de f sur $[-2\,;6]$ vaut 5, atteint en $x = 1$.

6. MÉTHODES À MAÎTRISER

Montrer qu'un point est sur la courbe

Calculer $f(a)$ et comparer à b : $M(a\,;b) \in \mathcal{C}_f$ si et seulement si $f(a) = b$.

Comparer deux images

Utiliser le sens de variation : si f est croissante sur I et $a < b$ dans I, alors $f(a) < f(b)$ — sans calculer.

Déterminer $\mathcal{D}$

Exclure ce qui annule un **dénominateur** et ce qui rend négatif l'intérieur d'une **racine carrée**.

À RETENIR

- Un nombre a une seule image, mais peut avoir plusieurs antécédents.
- $f(x) = k$: intersections avec la droite horizontale $y = k$.
- Le sens de variation s'énonce toujours sur un intervalle.
- Le maximum est une valeur $f(\alpha)$, atteinte en α.

pierre-carree.fr