FONCTIONS AFFINES ET VALEUR ABSOLUE

— SECONDE —

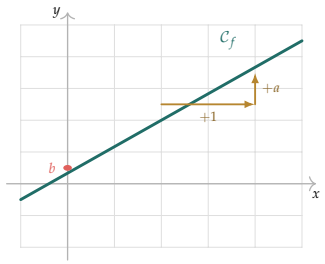
1. FONCTION AFFINE : DÉFINITION ET REPRÉSENTATION

$$f(x) = ax + b \qquad a \text{ et } b \text{ réels}$$

- a : **coefficient directeur** (pente) ;
- b : **ordonnée à l'origine**, car $f(0) = b$;
- si $b = 0$: f est **linéaire** ($x \mapsto ax$), la droite passe par l'origine ;
- si $a = 0$: f est **constante**, la droite est horizontale.

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

La représentation graphique de f est une **droite** non parallèle à l'axe des ordonnées. Deux points suffisent à la tracer.

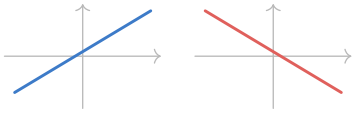


Quand x augmente de 1, y varie de a.

2. VARIATIONS

Le sens de variation d'une fonction affine ne dépend que du signe de a :

- $a > 0$: f est **croissante** sur $\mathbb{R}$;
- $a < 0$: f est **décroissante** sur $\mathbb{R}$;
- $a = 0$: f est **constante** sur $\mathbb{R}$.



$a > 0$ croissante — $a < 0$ décroissante

3. SIGNE D'UNE FONCTION AFFINE

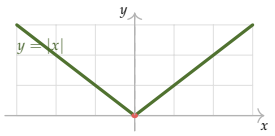
$ax + b$ s'annule pour $x = -\dfrac{b}{a}$ et est **du signe de a après cette racine** :

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
$ax+b$	signe de $-a$		0	signe de a	

Exemple

$-3x + 12$ s'annule en $x = 4$; comme $a = -3 < 0$, il est **positif** sur $]-\infty\,;4]$ et **négatif** sur $[4\,;+\infty[$.

4. LA FONCTION VALEUR ABSOLUE



Courbe en **V**, symétrique par rapport à l'axe des ordonnées ($|-x| = |x|$).

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases} \qquad |x| \geq 0 \quad \text{et} \quad \sqrt{x^2} = |x|$$

- $x \mapsto |x|$ est **décroissante** sur $]-\infty\,;0]$ et **croissante** sur $[0\,;+\infty[$;
- elle admet un **minimum** égal à 0, atteint en $x = 0$;
- $|a - b|$ est la **distance** entre les points d'abscisses a et b.

La courbe de $x \mapsto |x - a|$ se déduit du V précédent par translation : son sommet est le point de coordonnées $(a\,;0)$.

5. ÉQUATIONS AVEC UNE VALEUR ABSOLUE

Pour $r > 0$:

$$|X| = r \iff X = r \text{ ou } X = -r$$

$|X| = 0 \iff X = 0$ $\qquad$ $|X| = r$ n'a **aucune solution** si $r < 0$.

Exemple

$|2x - 5| = 3 \iff 2x - 5 = 3$ ou $2x - 5 = -3$
$\iff x = 4$ ou $x = 1$ $\qquad \mathcal{S} = \{1\,;4\}$

6. INÉQUATIONS AVEC UNE VALEUR ABSOLUE

Interprétation en termes de **distance** à a, pour $r > 0$:

$$|x - a| \leq r \iff a - r \leq x \leq a + r$$

$$|x - a| \geq r \iff x \leq a - r \text{ ou } x \geq a + r$$

Exemple

$|x + 3| < 2$ s'écrit $|x - (-3)| < 2$: les réels à distance strictement inférieure à 2 de -3.
$\mathcal{S} =]-5\,;-1[$

À RETENIR

- Une fonction affine a pour courbe une droite : a la pente, b l'ordonnée à l'origine.
- Le signe de a donne à lui seul le sens de variation.
- $ax + b$ est du signe de a après sa racine $-\frac{b}{a}$.
- $|x - a| \leq r$ se lit « x est à distance au plus r de a ».

pierre-carree.fr