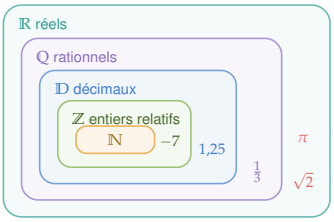
NOMBRES ET ARITHMÉTIQUE

— SECONDE —

1. LES ENSEMBLES DE NOMBRES



$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

- $\mathbb{N}$: entiers naturels $0\,;1\,;2\,;\ldots$
- $\mathbb{Z}$: entiers relatifs, $\ldots\,;-2\,;-1\,;0\,;1\,;\ldots$
- $\mathbb{D}$: décimaux, de la forme $\frac{a}{10^n}$, $a \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$
- $\mathbb{Q}$: rationnels, de la forme $\frac{a}{b}$, $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}^*$
- $\mathbb{R}$: tous les nombres de la droite graduée

Un nombre **irrationnel** ($\sqrt{2}$, π) ne s'écrit pas comme quotient de deux entiers : son écriture décimale est illimitée et non périodique. Notation : $\mathbb{R}^*$ = réels non nuls, $\mathbb{R}^+$ = réels positifs.

2. DÉVELOPPER ET FACTORISER

$$k(a+b) = ka + kb \qquad (a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

Développer : passer d'un produit à une somme.
Factoriser : passer d'une somme à un produit, en repérant un **facteur commun** ou une **identité remarquable**.

Exemples

$$(2x-1)(x+3) = 2x^2 + 6x - x - 3 = 2x^2 + 5x - 3$$

$$\underbrace{(x+4)}_{\text{facteur commun}}\,(3x-1) + 2\,\underbrace{(x+4)}_{\text{facteur commun}}$$

$$= (x+4)(3x-1+2) = (x+4)(3x+1)$$

La forme factorisée permet de résoudre une équation ; la forme développée permet de reconnaître un trinôme.

3. IDENTITÉS REMARQUABLES

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

Dans les deux sens

Développement : $(3x-5)^2 = 9x^2 - 30x + 25$

Factorisation : $x^2 - 16 = x^2 - 4^2 = (x-4)(x+4)$

$4x^2 + 12x + 9 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2 = (2x+3)^2$

Attention : $a^2 + b^2$ **ne se factorise pas** dans $\mathbb{R}$.

4. PUISSANCES

Pour $a \neq 0$ et $n \in \mathbb{N}^*$:

$$a^n = \underbrace{a \times \cdots \times a}_{n \text{ facteurs}} \qquad a^0 = 1 \qquad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \qquad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \qquad (a^m)^n = a^{mn}$$

$$(ab)^n = a^n b^n \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Écriture scientifique

Tout décimal non nul s'écrit $a \times 10^n$ avec $1 \leq |a| < 10$ et $n \in \mathbb{Z}$.

$0{,}00432 = 4{,}32 \times 10^{-3}$ $\qquad$ $52\,300 = 5{,}23 \times 10^4$

5. RACINE CARRÉE

Pour $a \geq 0$, $\sqrt{a}$ est l'unique nombre **positif** dont le carré vaut a.

$$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a \qquad \sqrt{a^2} = |a|$$

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b} \qquad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (b > 0)$$

Attention : en général $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$.

Simplifier / rendre rationnel

$$\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = 5\sqrt{3}$$

$$\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

6. ARITHMÉTIQUE : DIVISEURS, MULTIPLES, NOMBRES PREMIERS

Divisibilité b divise a s'il existe $k \in \mathbb{Z}$ tel que $a = k \times b$. On dit aussi que a est un **multiple** de b.

Tout entier n s'écrit $n = 2k$ (**pair**) ou $n = 2k+1$ (**impair**), avec $k \in \mathbb{Z}$.

Critères : par 2 si le chiffre des unités est pair ; par 3 ou 9 si la somme des chiffres l'est ; par 5 si le dernier chiffre est 0 ou 5.

Nombres premiers Un entier $p \geq 2$ est premier s'il n'admet que 1 et p comme diviseurs positifs.

$2\,;3\,;5\,;7\,;11\,;13\,;17\,;19\,;23\,;29\,;31\,;37\,;41\ldots$

Décomposition

Tout entier $n \geq 2$ se décompose de façon unique en produit de facteurs premiers.

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$

Application : simplifier $\frac{360}{84} = \frac{2^3 \cdot 3^2 \cdot 5}{2^2 \cdot 3 \cdot 7} = \frac{30}{7}$.

À RETENIR

- $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$: un décimal est rationnel, l'inverse est faux.
- Factoriser = repérer un facteur commun ou une identité remarquable.
- $\sqrt{a^2} = |a|$ et $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$.
- Décomposer en facteurs premiers pour simplifier une fraction.

pierre-carree.fr