

Les vecteurs

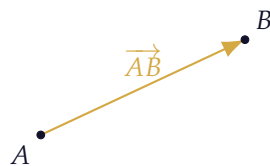
SECONDE

1 Vecteur

Définition

Un **vecteur** caractérise une **translation**. Si $A \neq B$, le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a :

- une **direction** (celle de la droite (AB)) ;
- un **sens** (de A vers B) ;
- une **norme**, notée $\|\overrightarrow{AB}\|$ (la longueur AB).



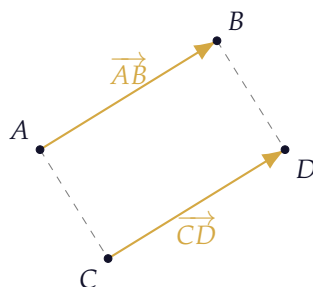
À retenir

Le **vecteur nul**, noté $\vec{0}$, est associé à tout point A tel que $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$: il n'a ni direction, ni sens.

2 Vecteurs égaux

Propriété

Des **vecteurs égaux** sont associés à la **même translation**. S'ils sont non nuls, ils ont même direction, même sens et même norme.



À retenir

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \iff ABDC \text{ est un parallélogramme}$$

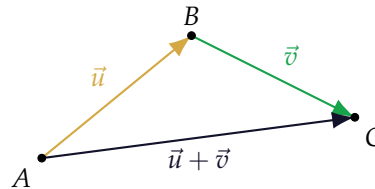
Méthode

Exemple : Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, alors $AB = CD$ (mêmes normes) et les segments $[AD]$ et $[BC]$ ont le même milieu (diagonales d'un parallélogramme).

3 Somme de vecteurs

Propriété

Une **somme de vecteurs** caractérise l'**enchaînement de deux translations**.



À retenir

Relation de Chasles :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

Méthode

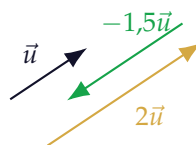
Exemple : Simplifier $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}$: d'après Chasles, $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AB}$.

4 Produit d'un vecteur par un réel

Propriété

Si $\vec{u} \neq \vec{0}$, le vecteur $k\vec{u}$ (pour $k \in \mathbb{R}$) a :

- la **même direction** que $\vec{u}$;
- le **même sens** que $\vec{u}$ si $k > 0$, un sens **contraire** si $k < 0$;
- pour **norme** $|k| \times \|\vec{u}\|$.



À retenir

$$k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v}$$

$$(k + k')\vec{u} = k\vec{u} + k'\vec{u}$$

$$k\vec{u} = \vec{0} \iff k = 0 \text{ ou } \vec{u} = \vec{0}$$

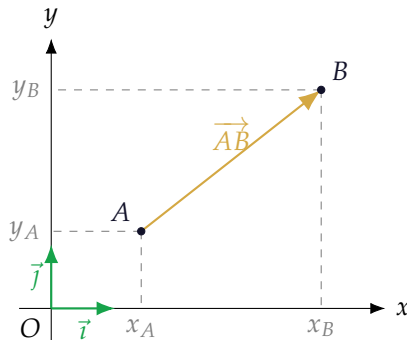
$$\vec{u} = \vec{v} \iff k\vec{u} = k\vec{v} \quad (k \neq 0)$$

5 Coordonnées d'un vecteur

Définition

Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, avec :

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$



Méthode

Exemple : Si $A(2; -1)$ et $B(5; 3)$, alors $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 5 - 2 \\ 3 - (-1) \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$.

6 Coordonnées et opérations

Propriété

Si $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$, alors :

$$\vec{u} + \vec{v} \begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix}$$

Si $k \in \mathbb{R}$ et $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, alors :

$$k\vec{u} \begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$$

Méthode

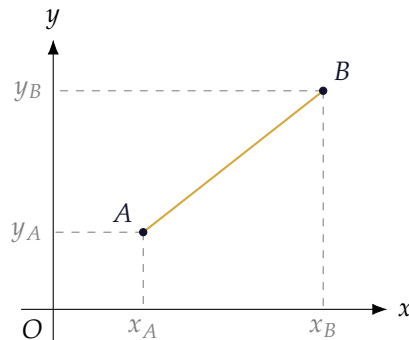
Exemple : Si $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}$, alors $\vec{u} + \vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $2\vec{u} \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \end{pmatrix}$.

7 Norme d'un vecteur et distance entre deux points

Propriété

Dans un repère **orthonormé**, on a $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Alors :

$$\|\overrightarrow{AB}\| = AB = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$



Méthode

Exemple : Si $A(2; -1)$ et $B(5; 3)$, alors :

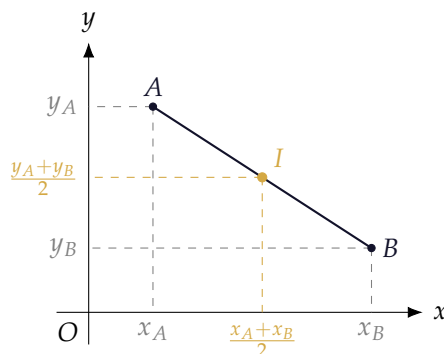
$$AB = \sqrt{(5 - 2)^2 + (3 - (-1))^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

8 Milieu d'un segment

Propriété

I est le **milieu** de $[AB]$ si et seulement si :

$$\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI} \iff \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB} \iff x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \text{ et } y_I = \frac{y_A + y_B}{2}$$



Méthode

Exemple : Si $A(2; -1)$ et $B(5; 3)$, le milieu I de $[AB]$ a pour coordonnées :

$$x_I = \frac{2 + 5}{2} = 3,5 \quad y_I = \frac{-1 + 3}{2} = 1$$