

Proportions et évolutions

SECONDE

1 Proportion d'une sous-population

Définition

La **proportion** p d'une sous-population de n individus, incluse dans une population de N individus, est :

$$p = \frac{n}{N}$$

À retenir

Réciproquement, dans une population de N individus, une sous-population dont la proportion est p a pour **nombre d'individus** :

$$n = p \times N$$

Méthode

Exemple : Dans une classe de $N = 32$ élèves, $n = 12$ élèves pratiquent un sport en club. La proportion est $p = \frac{12}{32} = 0,375$, soit 37,5 %.

Exemple : Si 60 % des 250 visiteurs d'une exposition sont des adultes, le nombre d'adultes est $n = 0,6 \times 250 = 150$.

2 Variations absolue et relative

Définition

Si v_I est la quantité **initiale** et v_F la quantité **finale** (quantités strictement positives) :

- **Variation absolue** : $v_F - v_I$ (exprimée dans l'unité de la grandeur) ;
- **Variation relative**, ou **taux d'évolution** :

$$t = \frac{v_F - v_I}{v_I}$$

Méthode

Exemple : Un article passe de $v_I = 80$ € à $v_F = 92$ €. Variation absolue : $92 - 80 = 12$ €. Taux d'évolution : $t = \frac{12}{80} = 0,15$, soit une hausse de 15 %.

À retenir

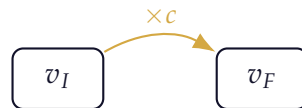
Le taux d'évolution t s'exprime souvent en **pourcentage** : un taux de 0,15 correspond à une évolution de 15 %.

3 Coefficient multiplicateur et taux d'évolution

Définition

Le **coefficient multiplicateur** associé à une évolution de v_I vers v_F est :

$$c = \frac{v_F}{v_I}$$



Propriété

$$t = c - 1 \iff c = 1 + t$$

$$v_F = c \times v_I = (1 + t) \times v_I$$

Méthode

Exemple : Une hausse de 8 % correspond au coefficient multiplicateur $c = 1 + 0,08 = 1,08$.

Exemple : Une baisse de 20 % correspond au coefficient multiplicateur $c = 1 - 0,2 = 0,8$.

Exemple : Si $v_I = 50$ et $c = 1,08$, alors $v_F = 1,08 \times 50 = 54$.

4 Augmentation et diminution

Propriété

$$\text{diminution} \iff t < 0 \iff c < 1$$

$$\text{augmentation} \iff t > 0 \iff c > 1$$

À retenir

Un coefficient multiplicateur $c = 1$ (soit $t = 0$) correspond à une quantité **inchangée**.

Méthode

Exemple : $c = 0,95$ correspond à une diminution ($c < 1$) de taux $t = 0,95 - 1 = -0,05$, soit une baisse de 5 %.

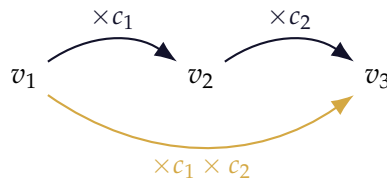
Exemple : $c = 1,12$ correspond à une augmentation ($c > 1$) de taux $t = 0,12$, soit une hausse de 12 %.

5 Évolutions successives

Propriété

Lorsque deux évolutions successives, de coefficients multiplicateurs c_1 puis c_2 , transforment v_1 en v_2 puis v_2 en v_3 , le **coefficient multiplicateur global** est :

$$c_g = c_1 \times c_2$$



À retenir

Le **taux d'évolution global** est :

$$t_g = c_g - 1$$

Méthode

Exemple : Une hausse de 10 % ($c_1 = 1,1$) suivie d'une hausse de 5 % ($c_2 = 1,05$) donne :

$$c_g = 1,1 \times 1,05 = 1,155$$

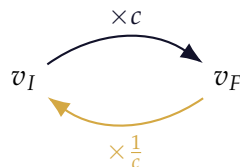
soit une hausse globale de 15,5 % (et **non** 15 % : les taux successifs ne s'additionnent pas directement).

6 Évolution réciproque

Propriété

L'**évolution réciproque** de coefficient multiplicateur c (qui transforme v_F à nouveau en v_I) a pour coefficient multiplicateur :

$$c_r = \frac{1}{c}$$



À retenir

Le **taux d'évolution réciproque** est :

$$t_r = c_r - 1$$

Méthode

Exemple : Une hausse de 25 % a pour coefficient $c = 1,25$. Le coefficient réciproque est $c_r = \frac{1}{1,25} = 0,8$, soit un taux réciproque $t_r = -0,2$ (une **baisse** de 20 % ramène à la valeur initiale, et non une baisse de 25 %).

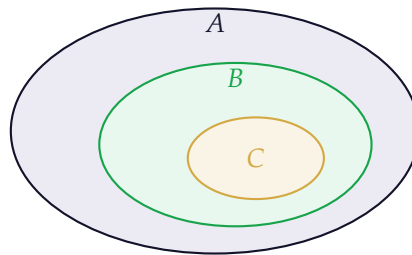
7 Pourcentage de pourcentage**Propriété**

Si B est une sous-population de A , et C une sous-population de B , avec :

- $p_{B,A}$: proportion d'individus de B dans A ;
- $p_{C,B}$: proportion d'individus de C dans B ;

alors la proportion d'individus de C dans A est :

$$p_{C,A} = p_{C,B} \times p_{B,A}$$

**Méthode**

Exemple : Dans un lycée (A), 70 % des élèves sont en filière générale (B) : $p_{B,A} = 0,7$. Parmi eux, 40 % suivent une spécialité mathématiques (C) : $p_{C,B} = 0,4$.

$$p_{C,A} = 0,4 \times 0,7 = 0,28$$

28 % des élèves du lycée suivent la spécialité mathématiques.

À retenir

Attention : on ne peut pas simplement additionner les pourcentages successifs — on les **multiplie** (sous forme de proportions, entre 0 et 1).