

Probabilités

SECONDE

1 Probabilité d'une issue et d'un évènement

Définition

La **probabilité d'une issue** est un nombre compris entre 0 et 1, tel que la somme des probabilités de toutes les issues soit égale à 1.

À retenir

La **probabilité d'un évènement** est la somme des probabilités des issues qui le constituent.

Méthode

Exemple : On lance un dé truqué à 4 faces, dont les issues 1, 2, 3, 4 ont pour probabilités 0,1, 0,2, 0,3 et 0,4 (leur somme vaut bien 1). La probabilité de l'évènement A « obtenir un nombre pair » est :

$$P(A) = P(2) + P(4) = 0,2 + 0,4 = 0,6$$

2 Modélisation d'expériences aléatoires

Propriété

Pour déterminer un modèle, on peut répéter un grand nombre de fois l'expérience aléatoire : la fréquence d'apparition de chaque issue se stabilise autour d'une valeur que l'on considère comme la probabilité de l'issue (**loi des grands nombres**).

À retenir

Quand on a n issues **équiprobables**, la probabilité de chaque issue est égale à $\frac{1}{n}$, et on a, pour tout évènement A :

$$P(A) = \frac{\text{card}(A)}{\text{card}(\Omega)} = \frac{\text{nombre d'issues dans } A}{\text{nombre d'issues dans } \Omega}$$

Méthode

Exemple : On lance un dé équilibré à 6 faces. Chaque issue a pour probabilité $\frac{1}{6}$. La probabilité de l'évènement A « obtenir un multiple de 3 » ($A = \{3; 6\}$) est :

$$P(A) = \frac{\text{card}(A)}{\text{card}(\Omega)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

3 Évènement contraire

Définition

L'évènement contraire de l'évènement A , noté $\overline{A}$, est constitué de toutes les issues qui ne réalisent pas A .

À retenir

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

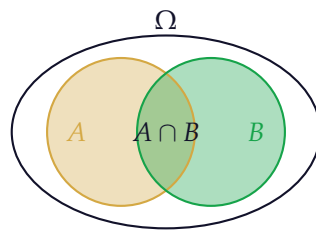
Méthode

Exemple : Si $P(A) = 0,35$, alors $P(\overline{A}) = 1 - 0,35 = 0,65$.

4 Réunion et intersection

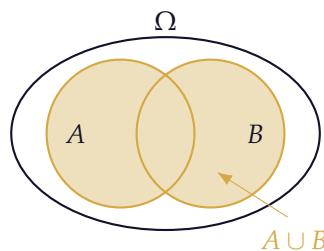
Définition

$A \cap B$ (lu « A inter B ») est l'ensemble des issues qui sont **à la fois** dans A **et** dans B .



Définition

$A \cup B$ (lu « A union B ») est l'ensemble des issues qui sont dans A **ou** dans B (ou les deux).



À retenir

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Méthode

Exemple : $P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,5$, $P(A \cap B) = 0,2$.

$$P(A \cup B) = 0,4 + 0,5 - 0,2 = 0,7$$

5 Probabilité conditionnelle

Définition

P est une loi de probabilité définie sur un univers Ω . Soient A et B deux évènements avec $P(A) \neq 0$.

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$P_A(B)$ se lit « P de B sachant A ».

À retenir

Dans le cas d'**équiprobabilité**, si $\text{card}(A) \neq 0$:

$$P_A(B) = \frac{\text{card}(A \cap B)}{\text{card}(A)}$$

Propriété

Soient A et B deux évènements de probabilités non nulles.

$$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = P(B) \times P_B(A)$$

$$P_A(\bar{B}) = 1 - P_A(B)$$

Méthode

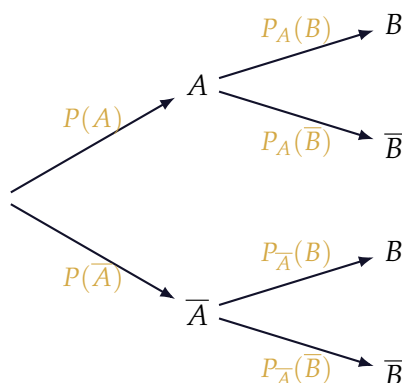
Exemple : Dans un jeu de 32 cartes, on tire une carte au hasard. Soit A : « la carte est un roi » et B : « la carte est de cœur ». On a $\text{card}(A) = 4$, $\text{card}(A \cap B) = 1$ (le roi de cœur).

$$P_A(B) = \frac{\text{card}(A \cap B)}{\text{card}(A)} = \frac{1}{4}$$

6 Arbre pondéré

Définition

Un **arbre pondéré** représente une succession d'expériences, chaque branche étant munie de la probabilité de l'évènement correspondant.



À retenir

La **somme des probabilités** des branches issues d'un même nœud est égale à 1.
La **probabilité d'un chemin** est égale au **produit** des probabilités inscrites sur ce chemin.

Méthode

Exemple : Avec $P(A) = 0,6$ et $P_A(B) = 0,3$, la probabilité du chemin menant à A puis B est :

$$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = 0,6 \times 0,3 = 0,18$$