

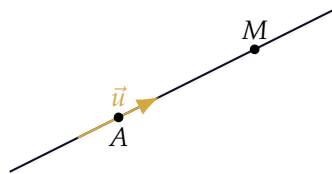
Équations de droites

SECONDE

1 Droite et vecteur directeur

Définition

L'ensemble des points M tels que les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ sont **colinéaires** est une droite passant par A . Le vecteur $\vec{u}$ est appelé un **vecteur directeur** de cette droite.



2 Équations cartésiennes d'une droite

Propriété

Soient d une droite, A un point de d et $\vec{u}$ un vecteur directeur de d . Il existe trois réels a , b et c , avec a et b non tous les deux nuls, tels que pour tout point $M(x; y)$ appartenant à d :

$$ax + by + c = 0$$

À retenir

L'équation $ax + by + c = 0$ est une **équation cartésienne** de la droite d .

Méthode

Exemple : $2x + 3y - 6 = 0$ est une équation cartésienne d'une droite. Le point $(3; 0)$ lui appartient car $2 \times 3 + 3 \times 0 - 6 = 0$.

3 Équation cartésienne et vecteur directeur

Propriété

Soient a , b et c trois réels tels que l'un au moins des nombres a et b est non nul. L'ensemble des points $M(x; y)$ dont les coordonnées vérifient l'équation $ax + by + c = 0$ est une droite d de vecteur directeur :

$$\vec{u} \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$$

Méthode

La droite d'équation $2x + 3y - 6 = 0$ (soit $a = 2$, $b = 3$) admet pour vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

4 Droites parallèles

Propriété

Deux droites sont **parallèles** si et seulement si leurs vecteurs directeurs sont **colinéaires**.

Méthode

Exemple : $d : 2x + 3y - 6 = 0$ a pour vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

$d' : 4x + 6y + 1 = 0$ a pour vecteur directeur $\vec{u}' \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \end{pmatrix}$.

$$\det(\vec{u}, \vec{u}') = (-3) \times 4 - 2 \times (-6) = -12 + 12 = 0$$

Les vecteurs directeurs sont colinéaires donc d et d' sont **parallèles**.

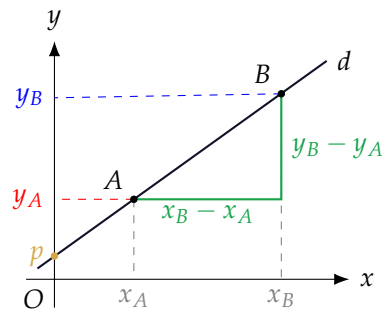
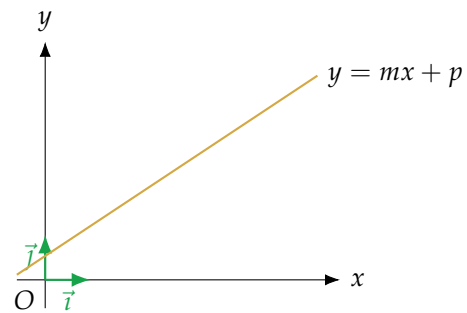
5 Équation réduite d'une droite

Propriété

Toute équation cartésienne d'une droite d **non parallèle à l'axe des ordonnées** peut s'écrire sous la forme **unique** :

$$y = mx + p$$

où m et p sont deux réels. m est la **pente** (ou coefficient directeur) de d et p est l'**ordonnée à l'origine**.



À retenir

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$$

Méthode

Exemple : Si $A(1; 2)$ et $B(4; 8)$ appartiennent à d , alors :

$$m = \frac{8 - 2}{4 - 1} = \frac{6}{3} = 2$$

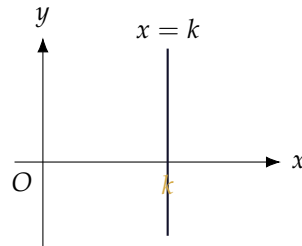
En remplaçant dans $y = 2x + p$ avec $A(1; 2) : 2 = 2 \times 1 + p \iff p = 0$. Donc $d : y = 2x$.

6 Droite parallèle à l'axe des ordonnées

Propriété

Une droite parallèle à l'axe des ordonnées **ne possède pas** d'équation réduite. Une équation cartésienne d'une telle droite est :

$$x = k$$



7 Intersection de deux droites

Propriété

Soient d et d' deux droites d'équations réduites respectives $y = mx + p$ et $y = m'x + p'$.

- Si $m = m'$, alors d et d' sont **parallèles**.
- Si $m \neq m'$, alors d et d' sont **sécantes** en un point.

À retenir

Pour trouver les coordonnées du point d'intersection, on résout l'équation $mx + p = m'x + p'$.

Méthode

Exemple : $d : y = 2x - 1$ et $d' : y = -x + 5$. Comme $2 \neq -1$, les droites sont sécantes.

$$2x - 1 = -x + 5 \iff 3x = 6 \iff x = 2$$

On calcule l'ordonnée avec l'équation de d : $y = 2 \times 2 - 1 = 3$. Les droites sont sécantes au point $(2; 3)$.