

Équations, inéquations

SECONDE

1 Propriétés des égalités

Propriété

Pour deux nombres réels A et B :

$$A \times B = 0 \iff A = 0 \text{ ou } B = 0$$

Propriété

Pour tous nombres réels a, b, c et d , avec $d \neq 0$, on a :

- $a = b \iff a + c = b + c$
- $a = b \iff a - c = b - c$
- $a = b \iff a \times d = b \times d$
- $a = b \iff \frac{a}{d} = \frac{b}{d}$

Méthode

Exemple : Résoudre $2x - 5 = 7$:

$$2x - 5 = 7 \iff 2x = 12 \iff x = 6$$

L'ensemble des solutions est $S = \{6\}$.

2 Propriétés des inégalités

Propriété

Pour tous nombres réels a, b, c et d avec $d \neq 0$:

- $a < b \iff a + c < b + c$
- $a < b \iff a - c < b - c$

Si $d > 0$:

- $a < b \iff a \times d < b \times d$
- $a < b \iff \frac{a}{d} < \frac{b}{d}$

Si $d < 0$:

- $a < b \iff a \times d > b \times d$
- $a < b \iff \frac{a}{d} > \frac{b}{d}$

Si $a < b$ et $c < d$, alors $a + c < b + d$.

À retenir

En multipliant ou en divisant les deux membres d'une inégalité par un nombre **négatif**, le sens de l'inégalité **change** (« s'inverse »).

Méthode

Exemple : Résoudre $-3x + 2 > 11$: on divise par -3 , un nombre **négatif**, donc le sens s'inverse.

$$-3x + 2 > 11 \iff -3x > 9 \iff x < -3$$

L'ensemble des solutions est $S =]-\infty; -3[$.

3 Valeur absolue**Définition**

Pour tout nombre réel x :

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

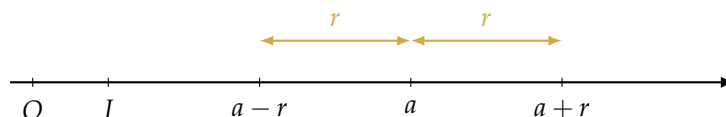
Propriété

Distance entre deux nombres réels a et x :

$$|x - a| = |a - x|$$

Pour a, x et r trois nombres réels avec $r > 0$:

$$|x - a| \leq r \iff a - r \leq x \leq a + r \iff x \in [a - r; a + r]$$

**Méthode**

Exemple : Résoudre $|x - 3| \leq 2$:

$$|x - 3| \leq 2 \iff 3 - 2 \leq x \leq 3 + 2 \iff 1 \leq x \leq 5$$

L'ensemble des solutions est $S = [1; 5]$.

4 Équations et inéquations**Définition**

Une **équation** (respectivement une **inéquation**) d'inconnue x est une égalité (respectivement une inégalité) qui peut être vraie pour certaines valeurs de x et fausse pour d'autres.

Définition

Une **solution** d'une équation (respectivement d'une inéquation) est un nombre réel pour lequel l'égalité (respectivement l'inégalité) est vraie.

Définition

Résoudre dans $\mathbb{R}$ une équation (respectivement une inéquation) d'inconnue x , c'est trouver l'ensemble de ses solutions, c'est-à-dire l'ensemble des nombres réels pour lesquels l'égalité (respectivement l'inégalité) est vraie.

À retenir

Pour résoudre une équation (respectivement une inéquation), on utilise les propriétés sur les égalités (respectivement sur les inégalités, mais **seulement** celles qui sont des **équivalences** $\iff$). On enchaîne les lignes de résolution avec le symbole $\iff$, jamais avec une simple implication $\implies$, pour être certain de ne perdre ni ajouter aucune solution.

5 Intervalles**Propriété**

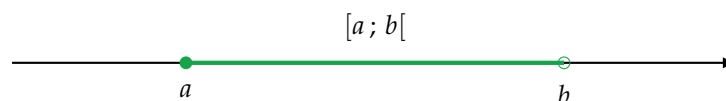
Pour a et b deux nombres réels, avec $a \leq b$, on a :

- $x \in [a; b] \iff a \leq x \leq b$
- $x \in]a; b[\iff a < x < b$
- $x \in [a; b[\iff a \leq x < b$
- $x \in]a; b] \iff a < x \leq b$

Amplitude de tous ces intervalles : $b - a$.

Propriété

- $x \in [a; +\infty[\iff x \geq a$
- $x \in]a; +\infty[\iff x > a$
- $x \in]-\infty; b] \iff x \leq b$
- $x \in]-\infty; b[\iff x < b$

**Méthode**

Exemple : L'intervalle $] -2; 5]$ contient tous les réels x tels que $-2 < x \leq 5$. Son amplitude est $5 - (-2) = 7$.

6 Encadrements et arrondis

Définition

Soient x un nombre réel et n un nombre entier relatif. Il existe un unique nombre entier relatif a tel que :

$$\frac{a}{10^n} \leq x < \frac{a+1}{10^n}$$

Cet encadrement est l'**encadrement décimal** de x à 10^{-n} près.

Définition

L'**arrondi** de x à 10^{-n} près est le nombre $\frac{a}{10^n}$ ou $\frac{a+1}{10^n}$ qui est le plus proche de x , lorsqu'il existe.

Par convention, lorsque x est à égale distance de $\frac{a}{10^n}$ et de $\frac{a+1}{10^n}$, l'arrondi de x à 10^{-n} près est $\frac{a+1}{10^n}$.

Méthode

Exemple : Encadrement décimal de π à 10^{-2} près :

$$3,14 \leq \pi < 3,15$$

L'arrondi de π au centième est donc 3,14.