Fonctions sinus et cosinus

1. Parité

Méthode : On calcule $f(-x)$ et on cherche s'il est égal à $f(x)$ ou à $-f(x)$

Si $f(-x) = f(x)$ la fonction est paire
Si $f(-x) = -f(x)$ la fonction est impaire

Exercice 1 : Étudier la parité de chaque fonction sur son ensemble de définition.

$f(x) = cos(2x) + 2\,cos(x) \qquad I =]-\pi;\pi[$

$g(x) = \left(1 + cos\left(\frac{x}{2}\right)\right) sin\left(\frac{x}{2}\right) \qquad I = \mathbb{R}$

$h(x) = sin^2(x)\,cos(2x) \quad I = \mathbb{R}$

2. Périodicité

Méthode : On calcule $f(x+T)$ et on cherche s'il est égal à $f(x)$.
La fonction est alors périodique de période T.

Exercice 2 : Conjecturer à la calculatrice graphique et démontrer la périodicité des fonctions suivantes :

$f(x) = cos(2x) + 2\,cos(x) \qquad I =]-\pi;\pi[$

$g(x) = \left(1 + cos\left(\frac{x}{2}\right)\right) sin\left(\frac{x}{2}\right) \qquad I = \mathbb{R}$

$h(x) = sin^2(x)\,cos(2x) \quad I = \mathbb{R}$

Exercice 3 : f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{2+cos(x)}$

1a. Conjecturer la parité et la période de f.

1b. Pour tout nombre réel x, exprimer $f(-x)$ et $f(x+2\pi)$ en fonction de $f(x)$.

Ces résultats confirment-ils les conjectures émises à la question 1a ?

2. Par quelles transformations obtient-on la courbe représentative de f sur $[-3\pi ; 3\pi]$ dans un repère $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$, à partir du tracé de la courbe sur l'intervalle $[0 ; \pi]$?