

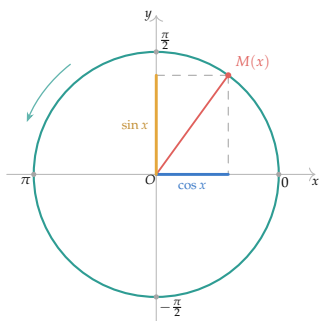
TRIGONOMÉTRIE

— PREMIÈRE SPÉ MATHS —

1. LE CERCLE TRIGONOMÉTRIQUE

Définition

Cercle de **centre** O et de **rayon** **1**, muni d'un **sens de parcours** : le sens direct (positif) est le sens inverse des aiguilles d'une montre.



Enroulement et point image

On enroule la droite numérique autour du cercle. À tout réel x correspond un unique point M du cercle, appelé **point image** de x .

x et $x + 2k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) ont le **même point image**.

2. LE RADIAN ET LES CONVERSIONS

Définition

Le **radian** est l'unité d'angle telle qu'un angle de 1 rad intercepte sur le cercle de rayon 1 un arc de longueur 1. Le tour complet mesure 2π rad, soit 360° .

Conversion par proportionnalité

$$\frac{\alpha \text{ (en degrés)}}{180} = \frac{x \text{ (en radians)}}{\pi}$$

dégrés	0	30	45	60	90	180	360
radians	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	2π

3. MESURE PRINCIPALE D'UN ANGLE

Définition

Parmi toutes les mesures $x + 2k\pi$ d'un même angle, il en existe **une seule** dans l'intervalle $]-\pi; \pi]$: c'est la **mesure principale**.

Méthode

1. Chercher l'entier k tel que $x - 2k\pi$ appartienne à $]-\pi; \pi]$ (diviser x par 2π et arrondir).
2. Calculer $x - 2k\pi$ et vérifier l'encadrement.

Exemple

$$x = \frac{47\pi}{6} : \frac{\pi}{12} \approx 3,9 \text{ donc } k = 4 \text{ et } \frac{47\pi}{6} - 8\pi = -\frac{\pi}{6} \in]-\pi; \pi].$$

4. COSINUS ET SINUS D'UN RÉEL

Définition

Dans un repère orthonormé direct, si M est le point image du réel x , alors M a pour coordonnées $(\cos x; \sin x)$.

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$-1 \leq \cos x \leq 1 \quad -1 \leq \sin x \leq 1$$

Angles associés

$$\begin{aligned} \cos(-x) &= \cos x & \sin(-x) &= -\sin x \\ \cos(\pi - x) &= -\cos x & \sin(\pi - x) &= \sin x \\ \cos(\pi + x) &= -\cos x & \sin(\pi + x) &= -\sin x \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) &= \sin x & \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) &= \cos x \end{aligned}$$

5. VALEURS REMARQUABLES

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1

Astuce mnémotechnique : pour $x = 0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}$, on a $\sin x = \frac{\sqrt{0}}{2}, \frac{\sqrt{1}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{4}}{2}$; le cosinus se lit dans l'autre sens.

6. FONCTIONS COSINUS ET SINUS

Périodicité

$$\begin{aligned} \cos(x + 2k\pi) &= \cos x \\ \sin(x + 2k\pi) &= \sin x \end{aligned}$$

Fonctions **périodiques de période** 2π : on les étudie sur un intervalle de longueur 2π .

Parité

$\cos$ est **paire** : courbe symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

$\sin$ est **impaire** : courbe symétrique par rapport à l'origine.



À RETENIR

☉ Rayon 1, sens direct : le cercle donne tout.

↔ Conversion : $\frac{a}{180} = \frac{x}{\pi}$.

☀ Mesure principale : l'unique mesure dans $]-\pi; \pi]$.

✓ $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$, période 2π .

pierre-carree.fr