

LE SECOND DEGRÉ

— PREMIÈRE SPÉ MATHS —

1. LES TROIS FORMES D'UN TRINÔME

Forme développée

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad a \neq 0$$

Lecture immédiate : **ordonnée à l'origine** $f(0) = c$ et **sens** de la parabole donné par le signe de a .

Forme canonique

$$f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$$

$$\alpha = -\frac{b}{2a} \quad \beta = f(\alpha)$$

Lecture immédiate : **sommet** $S(\alpha; \beta)$, **axe de symétrie** $x = \alpha$, **extremum**.

Forme factorisée

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

N'existe que si $\Delta \geq 0$. Lecture immédiate : **racines** x_1 et x_2 , c'est-à-dire les abscisses des points d'intersection avec l'axe des abscisses.

2. COMPLÉTION DU CARRÉ

On force l'apparition d'une identité remarquable $x^2 + 2kx = (x + k)^2 - k^2$:

$$ax^2 + bx + c = a \left[x^2 + \frac{b}{a}x \right] + c = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} \right] + c$$

Exemple

$$\begin{aligned} f(x) &= 2x^2 - 12x + 7 \\ &= 2[x^2 - 6x] + 7 = 2[(x - 3)^2 - 9] + 7 \\ &= 2(x - 3)^2 - 11 \end{aligned}$$

Sommet $S(3; -11)$, minimum -11 atteint en $x = 3$.

3. DISCRIMINANT ET RACINES

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

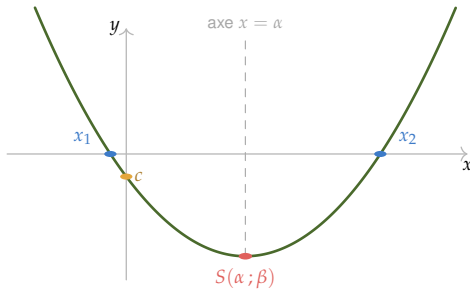
- $\Delta > 0$: **deux racines distinctes**

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- $\Delta = 0$: **une racine double** $x_0 = -\frac{b}{2a}$

- $\Delta < 0$: **aucune racine réelle**, le trinôme ne se factorise pas dans $\mathbb{R}$.

4. PARABOLE : LIEN AVEC LES TROIS FORMES



Forme	Ce qu'elle donne à lire
développée $ax^2 + bx + c$	c : ordonnée à l'origine
canonique $a(x - \alpha)^2 + \beta$	$S(\alpha; \beta)$: sommet, axe, extremum
factorisée $a(x - x_1)(x - x_2)$	x_1 et x_2 : racines (abscisses)

Si $a > 0$: parabole tournée **vers le haut**, f décroissante puis croissante, β est le **minimum**.

Si $a < 0$: parabole tournée **vers le bas**, f croissante puis décroissante, β est le **maximum**.

5. SIGNE DU TRINÔME

$ax^2 + bx + c$ est **du signe de a** , sauf **entre les racines** lorsque $\Delta > 0$.

Cas $\Delta > 0$ (avec $x_1 < x_2$) :

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	
$f(x)$	signe de a	0	signe de $-a$	0	signe de a

Si $\Delta = 0$: signe de a partout, sauf en x_0 où le trinôme s'annule. Si $\Delta < 0$: signe de a sur $\mathbb{R}$ tout entier.

6. SOMME ET PRODUIT DES RACINES

Lorsque $\Delta \geq 0$, les racines vérifient :

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad P = x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

Application réciproque

Deux nombres de somme S et de produit P sont les racines de l'équation :

$$X^2 - SX + P = 0$$

Ils existent si et seulement si $S^2 - 4P \geq 0$.

Utilise pour vérifier des racines trouvées, ou pour déterminer la seconde racine quand la première est évidente ($x_1 = 1$ si $a + b + c = 0$).

À RETENIR

Calculer Δ avant tout : il décide de la factorisation.

Forme canonique $\Rightarrow$ sommet ; factorisée $\Rightarrow$ racines.

Le trinôme est du signe de a sauf entre les racines.

Vérifier avec $S = -\frac{b}{a}$ et $P = \frac{c}{a}$.