



### **Exercice 1**

Dans une serre, un horticulteur a planté des œillets et des tulipes. 40% des tulipes sont rouges et 24% des fleurs de la serre sont des tulipes rouges. De plus, la moitié des œillets sont rouges.

#### **Partie A Tirage aléatoire d'une fleur**

On choisit au hasard une fleur dans cette serre et on note :

A : l'événement « la fleur choisie est une tulipe » ;

R : l'événement « la fleur choisie est rouge ».

1. Donner les valeurs des probabilités  $P(A \cap R)$ ,  $P_A(R)$  et  $P_{\bar{A}}(R)$ .

$$P(A \cap R) = 0,24 \quad , P_A(R) = 0,4 \text{ et } P_{\bar{A}}(R) = 0,5$$

2. Calculer la probabilité de l'événement « La fleur choisie est une tulipe ».

Calculons  $P(A)$  :

$$P_A(R) = \frac{P(A \cap R)}{P(A)} \text{ d'où } P(A) = \frac{P(A \cap R)}{P_A(R)} = \frac{0,24}{0,4} = 0,6$$

La probabilité de l'événement « La fleur choisie est une tulipe » est de 0,6

3. En déduire que  $P(R) = 0,44$ .

A et  $\bar{A}$  forment une partition de l'univers et R est un événement de l'univers. Donc d'après la formule des probabilités totales on a :

$$P(R) = P(A \cap R) + P(\bar{A} \cap R)$$

$$P(R) = P(A \cap R) + P(\bar{A}) \times P_{\bar{A}}(R)$$

$$P(R) = P(A \cap R) + (1 - P(A)) \times P_{\bar{A}}(R)$$

$$P(R) = 0,24 + (1 - 0,6) \times 0,5$$

$$P(R) = 0,44$$

4. Calculer  $P_R(A)$  sous forme de fraction irréductible, puis en donner une interprétation dans le contexte de l'exercice.

$$P_R(A) = \frac{P(A \cap R)}{P(R)} = \frac{0,24}{0,44} = \frac{6}{11}$$

La probabilité de choisir une tulipe sachant que la fleur choisie est rouge est de  $\frac{6}{11}$ .

#### **Partie B Évolution d'une population**



L'apparition d'un parasite a pour conséquence la mort de 5% des tulipes rouges chaque mois. Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $u_n$  le « pourcentage » de tulipes rouges encore en vie après  $n$  mois, pour faciliter les calculs, on pose  $u_0 = 100$ .

1. Justifier que pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = 0,95 \times u_n$

Une baisse de 5% est une multiplication par  $(1 - \frac{5}{100}) = 0,95$ .

Chaque mois, le « pourcentage » de tulipes encore en vie est multiplié par 0,95.

Ainsi  $u_{n+1} = 0,95 \times u_n$  pour tout entier naturel  $n$ .

2. Quel est le pourcentage de tulipes rouges encore en vie au bout de 3 mois ? Calculs attendus.

$$u_1 = 0,95 \times u_0 = 0,95 \times 100 = 95$$

$$u_2 = 0,95 \times u_1 = 0,95 \times 95 = 90,25$$

$$u_3 = 0,95 \times u_2 = 0,95 \times 90,25 = 87,7375$$

Au bout de 3 mois, le pourcentage de tulipes rouges encore en vie est de 87,7% (arrondi au dixième).

3.  $u_n$  représente un « pourcentage » de tulipes, on admettra que  $u_n > 0$  pour tout entier  $n$ .

Déterminer le sens de variation de la suite  $(u_n)$ .

On a  $u_n > 0$  et  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{0,95u_n}{u_n} = 0,95$

$\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$  donc la suite  $(u_n)$  est décroissante.

4. L'horticulteur estime que la production des tulipes rouges ne sera plus rentable lorsque leur nombre sera inférieur à 20% de leur nombre initial et il arrêtera alors leur production.

a. Compléter la fonction stop (en Python) ci-dessous qui permet de déterminer après combien de mois l'horticulteur arrêtera la production de tulipes rouges.

```
def stop( ):
    u = ...100.....
    n = ...0.....
    while ...u>20..... :
        u = 0,95*u.....
        n = ...n+1.....
    return (n)
```

b. À l'aide de la calculatrice, déterminer après combien de mois l'horticulteur arrêtera la production de tulipes rouges.



A la calculatrice on a  $u_{31} \approx 20,39$  et  $u_{32} \approx 19,37$ . L'horticulteur arrêtera la production de tulipes rouges le 32<sup>e</sup> mois.

## Exercice 2

On souhaite écrire une fonction Python pour pouvoir calculer  $u_n$  pour différentes valeurs de  $n$

sachant que : 
$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{5}{2} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}. \\ u_0 = -2 \end{cases}$$

1) Compléter la fonction Python qui répond au problème posé :

2) Calculer  $u_7, u_9, u_{12}$  (avec 5 décimales),  $u_{20}$  (avec 6 décimales).

$$u_7 = 4,94531$$

$$u_9 = 4,93633$$

$$u_{12} = 4,99829$$

$$u_{20} = 4,999993$$

```
1 def u(n):
2     u=-2
3     for i in range (1, n+1):
4         u=0.5*u+2.5
5     return (u)
6
```

3) Conjecturer les variations et le comportement à l'infini.

Il semble que la suite  $(u_n)$  soit croissante et tende vers 5.

4) En fait,  $u_n = 5 - 7 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .

a) Déterminer les variations de  $(u_n)$  par le calcul.

$$u_{n+1} - u_n = 5 - 7 \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} - \left(5 - 7 \left(\frac{1}{2}\right)^n\right)$$

$$u_{n+1} - u_n = -7 \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + 7 \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$u_{n+1} - u_n = -7 \left(\frac{1}{2}\right)^n \left(\frac{1}{2}\right) + 7 \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$u_{n+1} - u_n = 7 \left(\frac{1}{2}\right)^n \left(-\frac{1}{2} + 1\right)$$

$$u_{n+1} - u_n = 7 \left(\frac{1}{2}\right)^n \left(\frac{1}{2}\right)$$



$$u_{n+1} - u_n = 7 \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$$

$u_{n+1} - u_n > 0$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , donc la suite  $(u_n)$  est strictement croissante.

b) Écrire une fonction Python qui permet de calculer  $u_n$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .

def u\_(n) :

```
return 5-7*0.5**n
```

### Exercice 3 - QCM

Pour chaque question, une seule des réponses est correcte.

Indiquer la bonne réponse sur la copie en précisant le numéro de la question.

		<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
1	La suite définie par $u_n = 3n^2 - 1$ vérifie :	$u_{n+1} = 3n^2$	$u_{n+1} = 3n^2 + 6n + 2$	$u_{2n} = 3n^2 + 12 + 11$	$u_{2n} = 6n^2 - 2$
2	La suite définie par $\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n+1}{u_n-5} \end{cases}$ vérifie :	$u_1 = -9$	$u_1 = -\frac{3}{4}$	$u_2 = -\frac{5}{3}$	$u_2 = -22$
3	La suite définie par $u_n = 9 \times (-0,7)^n$ est :	Croissante	Décroissante	Constante	Non monotone
4	La suite définie par $\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = 4 + u_n \end{cases}$ est :	Croissante	Décroissante	Constante	Non monotone
5	La suite définie par $u_n = -\frac{3}{5^n}$ est :	Croissante	Décroissante	Constante	Non monotone

Question 1 : réponse b

Question 2 : réponse a

Question 3 : réponse d

Question 4 : réponse a

Question 5 : réponse a