Exercice 1

Dans une serre, un horticulteur a planté des œillets et des tulipes. 40% des tulipes sont rouges et 24% des fleurs de la serre sont des tulipes rouges. De plus, la moitié des œillets sont rouges.

Partie A Tirage aléatoire d'une fleur

On choisit au hasard une fleur dans cette serre et on note :

A : l'événement « la fleur choisie est une tulipe » ;

R : l'événement « la fleur choisie est rouge ».

1. Donner les valeurs des probabilités $P(A \cap R)$, $P_A(R)$ et $P_{\bar{A}}(R)$.

2. Calculer la probabilité de l'événement « La fleur choisie est une tulipe ».

3. En déduire que $P(R) = 0{,}44$.

4. Calculer $P_R(A)$ sous forme de fraction irréductible, puis en donner une interprétation dans le contexte de l'exercice.

Partie B Évolution d'une population

L'apparition d'un parasite a pour conséquence la mort de 5% des tulipes rouges chaque mois. Pour tout entier naturel n, on note u_n le « pourcentage » de tulipes rouges encore en vie après n mois, pour faciliter les calculs, on pose $u_0 = 100$.

1. Justifier que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0{,}95 \times u_n$

2. Quel est le pourcentage de tulipes rouges encore en vie au bout de 3 mois ? Calculs attendus.

3. u_n représente un « pourcentage » de tulipes, on admettra que $u_n > 0$ pour tout entier n.

Déterminer le sens de variation de la suite (u_n).

4. L'horticulteur estime que la production des tulipes rouges ne sera plus rentable lorsque leur nombre sera inférieur à 20% de leur nombre initial et il arrêtera alors leur production.

a. Compléter la fonction stop (en Python) ci-dessous qui permet de déterminer après combien de mois l'horticulteur arrêtera la production de tulipes rouges.

```
def stop( ):
    u = ……
    n = ……
    while …… :
        u = ……
        n = ……
    return (n)
```

b. À l'aide de la calculatrice, déterminer après combien de mois l'horticulteur arrêtera la production de tulipes rouges.

Exercice 2

On souhaite écrire une fonction Python pour pouvoir calculer u_n pour différentes valeurs de n sachant que : $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{5}{2} \\ u_0 = -2 \end{cases}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

```
def u(n):
    u=......
    for i in range(1,...):
        u=..............
    return(...)
```

1) Compléter la fonction Python qui répond au problème posé :

2) Calculer u_7, u_9, u_{12} (avec 5 décimales), u_{20} (avec 6 décimales).

3) Conjecturer les variations et le comportement à l'infini.

4) En fait, $u_n = 5 - 7 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

a) Déterminer les variations de (u_n) par le calcul.

b) Écrire une fonction Python qui permet de calculer u_n pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Exercice 3 - QCM

Pour chaque question, une seule des réponses est correcte.
Indiquer la bonne réponse sur la copie en précisant le numéro de la question.

		a	b	c	d
1	La suite définie par $u_n = 3n^2 - 1$ vérifie :	$u_{n+1} = 3n^2$	$u_{n+1} = 3n^2 + 6n + 2$	$u_{2n} = 3n^2 + 12 + 11$	$u_{2n} = 6n^2 - 2$
2	La suite définie par $\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n+1}{u_n-5} \end{cases}$ vérifie :	$u_1 = -9$	$u_1 = -\frac{3}{4}$	$u_2 = -\frac{5}{3}$	$u_2 = -22$
3	La suite définie par $u_n = 9 \times (-0{,}7)^n$ est :	Croissante	Décroissante	Constante	Non monotone
4	La suite définie par $\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = 4 + u_n \end{cases}$ est :	Croissante	Décroissante	Constante	Non monotone
5	La suite définie par $u_n = -\frac{3}{5^n}$ est :	Croissante	Décroissante	Constante	Non monotone