Aspect énergétique des phénomènes mécaniques

Exercice 1 : **Téléski**

1. Comme la vitesse du skieur est constante et que les forces de frottement sont toujours proportionnelles à la vitesse, on en déduit logiquement que la force de frottement de la piste sur le skieur est constante.

2. Comme le mouvement du skieur est rectiligne et uniforme, d'après le principe de l'inertie, il est donc soumis à des forces qui se compensent.

3. La vitesse du skieur étant constante, son énergie cinétique ne varie pas. Or, comme le skieur monte la pente, son énergie potentielle de pesanteur augmente. Comme l'énergie mécanique est la somme de ces deux énergies, elle augmente donc aussi.

4. La seule force conservative qui s'exerce sur le skieur est son poids.

5. Expression littérale des travaux des forces :

$$W_{AB}\left(\vec{f}\right) = \vec{f} \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$\Leftrightarrow \quad W_{AB}\left(\vec{f}\right) = f \times AB \times cos(180)$$

$$\Leftrightarrow \quad W_{AB}\left(\vec{f}\right) = -f \times AB$$

$$W_{AB}\left(\vec{T}\right) = \vec{T} \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$\Leftrightarrow \quad W_{AB}\left(\vec{T}\right) = T \times AB \times cos(\beta)$$

$$W_{AB}\left(\vec{P}\right) = \vec{P} \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$\Leftrightarrow \quad W_{AB}\left(\vec{P}\right) = mg \times AB \times cos(90+\alpha)$$

$$W_{AB}\left(\vec{R}\right) = \vec{R} \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$\Leftrightarrow \quad W_{AB}\left(\vec{R}\right) = R \times AB \times cos(90)$$

$$\Leftrightarrow \quad W_{AB}\left(\vec{R}\right) = 0\ J$$

6. D'après le théorème de l'énergie cinétique, on a :

$$\Delta E_C = \Sigma W_{AB}\left(\vec{F}\right)$$

$$\Leftrightarrow \quad E_C(B) - E_C(A) = W_{AB}\left(\vec{f}\right) + W_{AB}\left(\vec{T}\right) + W_{AB}\left(\vec{P}\right) + W_{AB}\left(\vec{R}\right)$$

Or, comme la vitesse du skieur est constante, $E_C(B) - E_C(A) = 0$

Ainsi : $0 = (-f \times AB) + (T \times AB \times cos\,\beta) + (mg \times AB \times cos(90+\alpha)) + (0)$

$$\Leftrightarrow \quad f \times AB = T \times AB \times cos\,\beta + mg \times AB \times cos(90+\alpha)$$

$$\Leftrightarrow \quad f = T \times cos\,\beta + mg \times cos(90+\alpha)$$

$$\Leftrightarrow \quad f = 370 \times cos(20°) + 75 \times 10 \times cos(90° + 25°) = 31\ N$$

Exercice 2 : **Energie mécanique**

1. D'après le théorème de l'énergie cinétique entre A et B, on a :

$$\Delta E_C = \Sigma W_{AB}\left(\vec{F}\right)$$

$\Leftrightarrow \quad E_C(B) - E_C(A) = W_{AB}\left(\vec{P}\right) + W_{AB}\left(\vec{R}\right) + W_{AB}\left(\vec{F}\right)$

$\Leftrightarrow \quad E_C(B) = P \times AB \times cos(90°) + R \times AB \times cos(90°) + F \times AB \times cos(0°)$

$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{2}mv_B{}^2 = 0 + 0 + F \times AB$

$\Leftrightarrow \quad v_B = \sqrt{\frac{2F \cdot AB}{m}}$

$\Leftrightarrow \quad v_B = \sqrt{\frac{2\times2{,}0\times0{,}30}{0{,}200}} = 2{,}4\ m/s$

2. Comme on néglige toutes les forces de frottement et que la force F n'existe plus entre B et C, il n'y a donc aucune force non conservative qui travaille entre B et C. Ainsi, l'énergie mécanique de la voiturette se conserve entre B et C.

Donc : $E_m(B) = E_m(C)$

$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{2}mv_B{}^2 + mgh_B = \frac{1}{2}mv_C{}^2 + mgh_C$

Or, la voiturette s'arrête en C, donc v_C = 0 m/s.

De plus, $h_B = h_A = 0$.

On a donc : $\frac{1}{2}mv_B{}^2 + 0 = 0 + mgh_C$

$\Leftrightarrow \quad h_C = \frac{v_B{}^2}{2g}$

$\Leftrightarrow \quad h_C = \frac{2{,}4^2}{2\times10} = 0{,}29\ m$

3. D'après le cours, le travail du poids peut s'écrire

$W_{BD}\left(\vec{P}\right) = \vec{P} \cdot \overrightarrow{AB}$

$\Leftrightarrow \quad W_{BD}\left(\vec{P}\right) = \pm mgh$ selon qu'il soit moteur ou résistant.

Or ici, h = 0 car $h_B = h_D = 0$.

Donc : $W_{BD}\left(\vec{P}\right) = mg \times 0$

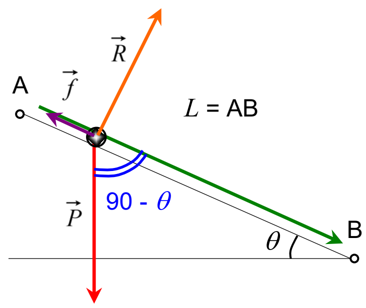
$\Leftrightarrow \quad W_{BD}\left(\vec{P}\right) = 0\ J$

<u>Exercice 3 :</u> **Deval'Kart**

1. Expression du travail des trois forces considérées :

$W_{\mathrm{AB}}\left(\vec{P}\right) = \vec{P} \cdot \overrightarrow{AB}$

$\Leftrightarrow \quad W_{\mathrm{AB}}\left(\vec{P}\right) = m \cdot g \times L \times cos(90 - \theta)$



$W_{\mathrm{AB}}\left(\vec{R}\right) = \vec{R} \cdot \overrightarrow{AB}$

$\Leftrightarrow \quad W_{\mathrm{AB}}\left(\vec{R}\right) = R \times L \times cos(90) = 0$

$W_{\mathrm{AB}}\left(\vec{f}\right) = \vec{f} \cdot \overrightarrow{AB}$

$\Leftrightarrow \quad W_{\mathrm{AB}}\left(\vec{f}\right) = f \times L \times cos(180)$

$\Leftrightarrow \quad W_{\mathrm{AB}}\left(\vec{f}\right) = -f \times L$

2. Théorème de l'Ec : $\Delta E_c = \Sigma W\left(\vec{F}\right)$

3. On a donc : $E_c(B) - E_c(A) = W_{AB}\left(\vec{P}\right) + W_{AB}\left(\vec{f}\right) + W_{AB}\left(\vec{R}\right)$

⇔ $E_c(B) = W_{AB}\left(\vec{P}\right) + W_{AB}\left(\vec{f}\right)$ car $v_A = 0$ et $W_{AB}\left(\vec{R}\right) = 0$

⇔ $\frac{1}{2}mv_B{}^2 = mg \cdot L \times cos(90 - \theta) - f \times L$

⇔ $v_B = \sqrt{2L \cdot \left(g \times cos(90-\theta) - \frac{f}{m}\right)}$

A .N. : $v_B = \sqrt{2 \times 150 \times \left(9{,}81 \times cos(90 - 19{,}5) - \frac{120}{80{,}0}\right)} = 23{,}1\ m/s$

4. Le mouvement de la voiture est rectiligne et accéléré dans le référentiel terrestre.

5. Il n'y a que la force de frottement qui est ici non-conservative.

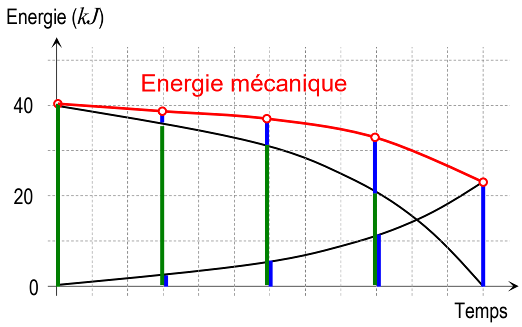
6. Comme la vitesse initiale du système est nulle, c'est que son énergie cinétique l'est aussi. Donc la courbe 2 qui a une valeur nulle à l'origine du temps est celle de l'énergie cinétique.
On déduit donc de l'autre courbe (courbe 1) la valeur de l'énergie potentielle de pesanteur à l'origine du temps. On peut lire graphiquement que : $E_P(t=0) = E_P(A) = 40\ kJ$

On a donc : $mgh_A = 40\ kJ$

⇔ $h_A = \frac{40}{mg}$

A .N. : $h_A = \frac{40 \cdot 10^3}{80{,}0 \times 9{,}81} = 51\ m$

7. Evolution de l'énergie mécanique du système :



8. Comme la vitesse augmente dans le sens de la pente, la direction du vecteur variation de vitesse est celle de la pente et le sens est vers le point B, c'est-à-dire vers le bas de la pente.

9. On a : $\Sigma\vec{F} = m \cdot \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$

Ce qui peut se simplifier par : $\Sigma F = |m| \cdot \frac{\Delta v}{|\Delta t|}$

⇔ $\Sigma F = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t}$ car m et Δt sont des grandeurs nécessairement positives.

⇔ $\Delta t = m \cdot \frac{|v_B - v_A|}{\Sigma F}$

A.N. : $\Delta t = 80{,}0 \times \frac{23{,}5\text{-}0}{147} = 12{,}8\ s$

Exercice 4 : La luge

1. Il y a le poids *P*, la réaction du support *R*, la force de frottement *F* et la tension du fil *T*.

2. Energie cinétique de la luge : $E_C = \frac{1}{2}mv^2$

A.N. : $E_C = \frac{1}{2} \times 45 \times 1{,}4^2 = 44\ J$

3. Un objet est dit pseudo-isolé s'il est soumis à des forces qui se compensent.
La luge a ici un mouvement rectiligne et uniforme. Donc, d'après le principe de l'inertie, elle est logiquement soumise à des forces qui se compensent : elle est donc bien pseudo-isolée.

4. Expression littérale des travaux : $W_{\text{AB}}\left(\vec{P}\right) = \vec{P} \cdot \vec{L}$

$\Leftrightarrow W_{\text{AB}}\left(\vec{P}\right) = P \times L \times cos(90°) = 0$

$W_{\text{AB}}\left(\vec{R}\right) = \vec{R} \cdot \vec{L}$

$\Leftrightarrow W_{\text{AB}}\left(\vec{R}\right) = R \times L \times cos(90°) = 0$

$W_{\text{AB}}\left(\vec{F}\right) = \vec{F} \cdot \vec{L}$

$\Leftrightarrow W_{\text{AB}}\left(\vec{F}\right) = F \times L \times cos(180°) = -F \times L$

$W_{\text{AB}}\left(\vec{T}\right) = \vec{T} \cdot \vec{L}$

$\Leftrightarrow W_{\text{AB}}\left(\vec{T}\right) = T \times L \times cos(\alpha)$

5. D'après le cours, on a : $\Delta E_C = \Sigma W_{\text{AB}}\left(\vec{f}\right)$

Or comme *v* est constante : $0 = W_{\text{AB}}\left(\vec{P}\right) + W_{\text{AB}}\left(\vec{R}\right) + W_{\text{AB}}\left(\vec{F}\right) + W_{\text{AB}}\left(\vec{T}\right)$

$\Leftrightarrow 0 = 0 + 0 + (-F \times L) + (T \times L \times cos(\alpha))$

$\Leftrightarrow T \times L \times cos(\alpha) = F \times L$

$\Leftrightarrow T = \frac{F}{cos(\alpha)}$

A.N. : $T = \frac{35{,}0}{cos(27{,}0)} = 39{,}3N$

6. On a : $F = k \times v$

$\Leftrightarrow k = \frac{F}{v}$

A.N. : $k = \frac{35{,}0}{1{,}40} = 25\ S.I.$

Or : $[k] = \frac{N}{m \cdot s^{-1}} = N \cdot m^{-1} \cdot s = N \cdot s \cdot m^{-1}$

Ainsi donc : $k = 25\ N \cdot s \cdot m^{-1}$

7. On a : $v = \frac{F}{k}$

A.N. : $v = \frac{21}{25} = 0{,}84\ m/s$ soit $0{,}84 \times 3{,}6 = 3{,}0$ *km/h*

Exercice 5 : La voiturette

1. L'énergie mécanique d'un système en mouvement a pour expression :

$E_m = E_C + E_P$

$\Leftrightarrow E_m = \frac{1}{2}mv^2 + mgz$

2. Comme il n'y a aucune force non conservative lors de ce mouvement (frottement ou force motrice), l'énergie mécanique de la voiturette se conserve donc.

3. Comme la voiture est lâchée sans vitesse initiale, son énergie mécanique se résume à son énergie potentielle :

$E_m(A) = mgz_A$

$\Leftrightarrow E_m(A) = 0{,}225 \times 9{,}81 \times 5{,}40 = 11{,}9\ J$

4. Comme l'énergie mécanique de la voiturette se conserve, on aura :

$E_m(A) = E_m(B)$

$\Leftrightarrow \quad mgz_A = \frac{1}{2}m{v_B}^2 + mgz_B$

$\Leftrightarrow \quad mgz_A = \frac{1}{2}m{v_B}^2$ car l'altitude du B est nulle.

$\Leftrightarrow \quad v_B = \sqrt{2gz_A}$ car $m \neq 0$

$\Leftrightarrow \quad v_B = \sqrt{2 \times 9{,}81 \times 5{,}40} = 10{,}3\ m/s$

5. De la même manière : $E_m(A) = E_m(C)$

$\Leftrightarrow \quad mgz_A = \frac{1}{2}m{v_C}^2 + mgz_C$

$\Leftrightarrow \quad v_C = \sqrt{2g(z_A - z_C)}$

$\Leftrightarrow \quad v_C = \sqrt{2 \times 9{,}81 \times (5{,}40 - 3{,}10)} = 6{,}72\ m/s$

6. Si le point C est à la même altitude que le point A, c'est donc que le vecteur poids $\vec{P}$ et perpendiculaire au vecteur déplacement $\overrightarrow{AC}$ et que donc son travail est nul.

7. Comme à la date *t* = 0 la vitesse de la voiturette est nulle donc, à cette même date, son énergie cinétique aussi. Or, graphiquement, c'est l'énergie représentée en pointillés qui est nulle à *t* = 0, c'est donc cette courbe qui représente l'énergie cinétique et l'autre en trait plein qui représente donc l'énergie potentielle de pesanteur de la voiturette.

Exercice 6 : Chariot en mouvement

1.1. Il y a le poids P, la réaction du support R, les forces de frottements de l'air f, la poussée d'Archimède Π et la tension de la corde T.

1.2. Expression du travail : $W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{L}$

$\Leftrightarrow \quad W_{AB}(\vec{F}) = F \times L \times cos(\alpha)$

A.N. : $W_{AB}(\vec{F}) = 120 \times 4{,}0 \times cos(40) = 3{,}7 \cdot 10^2\ J$

1.3. Comme le chariot est en mouvement rectiligne et uniforme, d'après le principe de l'inertie, il est donc soumis à des forces qui se compensent. Il est donc pseudo-isolé.

1.4. Comme le chariot a une vitesse constante, l'énergie cinétique du chariot est constante.
Comme l'altitude du chariot reste la même, l'énergie potentielle du chariot est constante.
Comme l'énergie mécanique est la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle, elle est donc aussi constante.

1.5. Le travail de la force F non conservative est compensé par le travail de la force de frottement f non conservative.

2.1. Pour le poids : $W_{BC}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \overrightarrow{BC}$

$\Leftrightarrow \quad W_{BC}(\vec{P}) = P \times d \times cos(90 - \beta)$

Pour la réaction du support : $W_{BC}(\vec{R}) = \vec{R} \cdot \overrightarrow{BC}$

$\Leftrightarrow \quad W_{BC}(\vec{R}) = R \times d \times cos(90)$

$\Leftrightarrow \quad W_{BC}(\vec{R}) = 0\ J$

Pour la force de frottement : $W_{BC}(\vec{f}) = \vec{f} \cdot \overrightarrow{BC}$

$\Leftrightarrow \quad W_{BC}(\vec{f}) = f \times d \times cos(180)$

$\Leftrightarrow \quad W_{BC}(\vec{f}) = -f \times d$

2.2. Théorème de l'énergie cinétique : $\Delta E_C = \Sigma W(\vec{F})$

$\Leftrightarrow \quad E_C(C) - E_C(B) = W_{BC}(\vec{f}) + W_{BC}(\vec{P}) + W_{BC}(\vec{R})$

$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{2}m{v_C}^2 - \frac{1}{2}m{v_B}^2 = -f \times d + P \times d \times cos(90 - \beta) + 0$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{2}mv_C{}^2 = -f \times d + P \times d \times cos(90 - \beta) + \frac{1}{2}mv_B{}^2$$

$$\Leftrightarrow \quad mv_C{}^2 = -2f \times d + 2P \times d \times cos(90 - \beta) + mv_B{}^2$$

$$\Leftrightarrow \quad v_C{}^2 = \frac{2d(-f+P\times cos(90-\beta))}{m} + v_B{}^2$$

$$\Leftrightarrow \quad v_C = \sqrt{\frac{2d(-f+P\times cos(90-\beta))}{m} + v_B{}^2}$$

A.N. : $v_C = \sqrt{\frac{2\times3,0\times(-30+20\times10\times cos(90-25))}{20} + 1,0^2} = 4,2\ m/s$

2.3. Comme la vitesse augmente et que la trajectoire est rectiligne, on en déduit que le mouvement du chariot est rectiligne accéléré.

3. Comme il n'y a aucune force de frottement (et aucune force motrice), on sait donc que l'énergie mécanique se conserve.

On a donc : $E_m(C) = E_m(D)$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{2}mv_C{}^2 + mgz_C = \frac{1}{2}mv_D{}^2 + mgz_D$$

Or z_C et v_D sont nuls, donc il reste : $\frac{1}{2}mv_C{}^2 = mgz_D$

$$\Leftrightarrow \quad z_D = \frac{v_C{}^2}{2g}$$

A.N. : $z_D = \frac{3,7^2}{2\times10} = 0,68\ m$

<u>Exercice 7 :</u> Galilée et la Nasa

1. La Lune se prête bien à cette expérience car sur la Lune, il n'y a pas d'atmosphère et donc pas de forces de frottement de l'air. Ainsi, l'expérience de la chute des corps peut se faire de manière idéale.

2. En A on aura :

$$E_m(A) = E_C(A) + E_{PP}(A)$$

$$\Leftrightarrow \quad E_m(A) = \frac{1}{2}mv_A^2 + mgz$$

$$\Leftrightarrow \quad E_m(A) = mgz$$ vu que l'astronaute David Scott lâche le marteau (v_A = 0)

3. En B on aura :

$$E_m(B) = E_C(B) + E_{PP}(B)$$

$$\Leftrightarrow \quad E_m(B) = \frac{1}{2}mv_B^2 + mg \times 0$$ car l'altitude du point B est nulle

$$\Leftrightarrow \quad E_m(B) = \frac{1}{2}mv_B^2$$

4. Comme l'énergie mécanique se conserve (pas de frottement) on aura :

$$E_m(B) = E_m(A)$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{2}mv_B^2 = mgz$$

$$\Leftrightarrow \quad v_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot z}$$

On voit d'après cette expression que la vitesse acquise par l'objet au moment de l'impact ne dépend pas de sa masse. Ainsi, le marteau a beau être bien plus lourd que la plume, il aura la même vitesse à l'impact.

5. En reprenant l'expression de la question 4. on aura donc :

$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{2}mv_B^2 = mgz$$

$$\Leftrightarrow \quad g = \frac{v_B^2}{2z}$$

$$g = \frac{2,05^2}{2\times1,3} = 1,6\ m \cdot s^{-2}$$

<u>Exercice 8 :</u> Mobile sur plan incliné

1. Le mouvement du glaçon est rectiligne varié (ou accéléré).
2. Les forces qui s'exercent sur le glaçon sont son poids P et la réaction du support R.

3. Comme le mouvement n'est pas rectiligne et uniforme, d'après la première loi de Newton (principe de l'inertie) les forces qui s'exercent sur le glaçon ne se compensent pas.

4. Expression de $E_m(A)$: $E_m(A) = \frac{1}{2}mv_A^2 + mgz_A$

⇔ $E_m(A) = mgz_A$ car la vitesse en A est nulle.

5. Expression de $E_m(B)$: $E_m(B) = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgz_B$

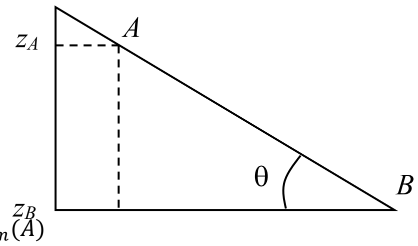
⇔ $E_m(B) = \frac{1}{2}mv_B^2$ car l'altitude de B est nulle.

6. Comme il n'y a aucune force de frottement, l'énergie mécanique du système (ici le glaçon) se conserve.
Donc : $E_m(A) = E_m(B)$

⇔ $mgz_A = \frac{1}{2}mv_B^2$

⇔ $z_A = \frac{v_B^2}{2g}$

⇔ $z_A = \frac{0{,}75^2}{2\times 9{,}8} = 2{,}9 \cdot 10^{-2}\ m$



7. D'après la figure ci-contre établie à partir des données de l'énoncé, on a :
$\sin\theta = \frac{z_A - z_B}{AB}$

⇔ $AB = \frac{z_A}{\sin\theta}$

⇔ $AB = \frac{2{,}9\cdot 10^{-2}}{\sin(30°)} = 5{,}8 \cdot 10^{-2}\ m$

8. On sait que : $E_m(C) = E_m(B)$ ou $E_m(C) = E_m(A)$

⇔ $\frac{1}{2}mv_C^2 + mgz_C = \frac{1}{2}mv_B^2$ ⇔ $\frac{1}{2}mv_C^2 + mgz_C = mgz_A$

⇔ $z_C = \frac{v_B^2 - v_C^2}{2g}$ ⇔ $z_C = z_A - \frac{v_C^2}{2g}$

⇔ $z_C = \frac{0{,}75^2 - 0{,}30^2}{2\times 9{,}8} = 0{,}024\ m$ ⇔ $z_C = 0{,}029 - \frac{0{,}30^2}{2\times 9{,}8} = 0{,}024\ m$

9. L'énergie représentée est l'énergie cinétique car sur le graphe, elle est nulle en A, or on sait que le glaçon a bien été lâché sans vitesse initiale.

10. Voir courbe verte ci-contre. Il s'agit donc de l'énergie potentielle de pesanteur du glaçon E_P

11. Si la masse du glaçon avait été deux fois plus grande, sa vitesse en B aurait été la même.

En effet, si l'on établit la formule donnant la vitesse du glaçon en B en fonction de l'altitude de départ en A, on se rend compte que la masse du glaçon n'intervient pas.

$v_B = \sqrt{2gz_A}$