

FICHE DE COURS

Énergie mécanique

Travail d'une force, énergie cinétique et théorème de l'énergie cinétique

1. Travail d'une force constante

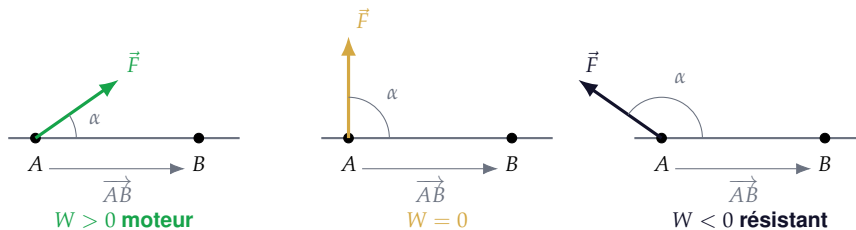
Le **travail** d'une force constante $\vec{F}$ lors d'un déplacement de A vers B est le **produit scalaire** :

$$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB} = F \times AB \times \cos \alpha$$

où α est l'angle entre $\vec{F}$ et $\vec{AB}$. Le travail s'exprime en **joules (J)**.

Le signe du travail se lit sur $\cos \alpha$:

- $\alpha < 90^\circ$: $W > 0$, travail **moteur** — la force favorise le mouvement ;
- $\alpha = 90^\circ$: $W = 0$, travail **nul** — la force est perpendiculaire au déplacement ;
- $\alpha > 90^\circ$: $W < 0$, travail **résistant** — la force s'oppose au mouvement.



Exemple : Une caisse est tirée sur 5,0 m par une force $F = 80 \text{ N}$ inclinée de 30° par rapport au déplacement.

$$W = F \times AB \times \cos \alpha = 80 \times 5,0 \times \cos(30^\circ) = 3,5 \times 10^2 \text{ J}$$

Deux travaux à connaître par cœur :

- **poids** : $W_{AB}(\vec{P}) = m g (z_A - z_B)$ — positif à la descente, négatif à la montée, **indépendant du chemin suivi** ;
- **réaction normale** d'un support : $W = 0$, car elle est perpendiculaire au déplacement.

2. Énergie cinétique

Un système de masse m modélisé par un point matériel et animé de la vitesse v possède l'**énergie cinétique** :

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \quad E_c \text{ en J, } m \text{ en kg, } v \text{ en m/s}$$

E_c dépend du **carré** de la vitesse : doubler la vitesse **quadruple** l'énergie cinétique. C'est pourquoi la distance de freinage d'un véhicule est multipliée par 4 lorsque sa vitesse double.

3. Théorème de l'énergie cinétique

Dans un référentiel galiléen, la variation d'énergie cinétique d'un système entre deux points A et B est égale à la **somme des travaux** de toutes les forces extérieures appliquées :

$$\Delta E_c = E_c(B) - E_c(A) = \sum W_{AB}(\vec{F}_{\text{ext}})$$

Méthode d'application :

1. définir le **système** et le **référentiel** ;
2. faire le **bilan des forces** extérieures ;
3. calculer le travail de chacune entre A et B (attention aux travaux nuls) ;
4. écrire $\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = \sum W$ et isoler la grandeur cherchée.

Exemple : Un skieur de masse $m = 70 \text{ kg}$ part sans vitesse initiale et descend une piste de dénivelé $h = 20 \text{ m}$. Les frottements exercent une force constante de valeur $f = 60 \text{ N}$ sur une longueur $L = 80 \text{ m}$. Quelle est sa vitesse en bas ?

Forces : le poids ($W = mgh$), la réaction normale ($W = 0$) et les frottements ($W = -fL$).

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - 0 = mgh - fL = 70 \times 9,81 \times 20 - 60 \times 80 = 13\,734 - 4\,800 = 8\,934 \text{ J}$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2 \times 8934}{70}} = 16 \text{ m/s} \quad (\approx 58 \text{ km/h})$$

4. Énergie potentielle et énergie mécanique

L'**énergie potentielle de pesanteur** d'un système au voisinage de la surface de la Terre est :

$$E_{pp} = mgz$$

où z est l'altitude mesurée sur un axe vertical orienté vers le haut, à partir d'une **origine choisie librement**.

L'**énergie mécanique** est la somme :

$$E_m = E_c + E_{pp} = \frac{1}{2}mv^2 + mgz$$

Forces conservatives et non conservatives.

- le **poids** est une force **conservative** : son travail ne dépend pas du chemin suivi ;
- les **frottements** sont **non conservatifs** : leur travail dépend du chemin et est toujours **résis-**

tant.

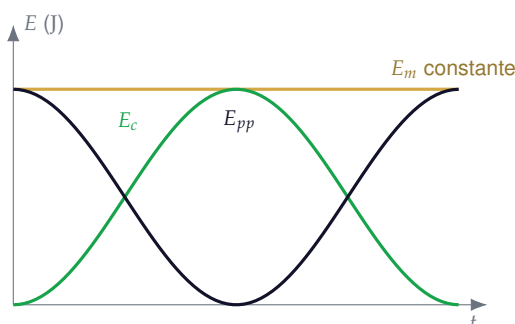
Conservation : en l'absence de frottements, E_m se **conserve** — l'énergie cinétique se convertit en énergie potentielle et réciproquement :

$$E_m = \text{constante} \quad \text{soit} \quad \frac{1}{2}mv_A^2 + mgz_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgz_B$$

Non conservation : en présence de forces non conservatives,

$$\Delta E_m = W_{AB}(\vec{F}_{\text{non conservatives}})$$

La variation d'énergie mécanique mesure directement l'énergie **dissipée** (par frottements, sous forme thermique).



Pendule sans frottement : E_c et E_{pp} s'échangent, leur somme reste constante

Exemple : Une bille de masse $m = 50 \text{ g}$ est lâchée sans vitesse d'une hauteur $h = 1,8 \text{ m}$, sans frottement. Vitesse à l'arrivée au sol ?

On prend l'origine des altitudes au sol : $E_m(\text{départ}) = mgh + 0$ et $E_m(\text{arrivée}) = 0 + \frac{1}{2}mv^2$.

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \iff v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9,81 \times 1,8} = 5,9 \text{ m/s}$$

La masse se simplifie : en chute libre, la vitesse d'arrivée **ne dépend pas de la masse**.

Travail : $W_{AB}(\vec{F}) = F \times AB \times \cos \alpha$ — moteur si $W > 0$, résistant si $W < 0$, nul si $\vec{F} \perp \overrightarrow{AB}$.

Poids : $W_{AB}(\vec{P}) = mg(z_A - z_B)$, indépendant du chemin suivi.

Théorème de l'énergie cinétique : $\Delta E_c = \sum W_{AB}(\vec{F}_{\text{ext}})$.

Énergie mécanique : $E_m = \frac{1}{2}mv^2 + mgz$ — conservée sans frottement, sinon $\Delta E_m = W(\vec{f}) < 0$.