∼ Baccalauréat Première ∼

PARTIE I

Automatismes **Sans calculatrice** **Durée : 20 minutes**

Cochez la lettre correspondant à la seule réponse exacte.

Question 1

Une baisse de 10 % suivie d'une baisse de 20 % correspond à une baisse globale de :

a. 30 %	b. 28 %	c. 72 %	d. 25 %

Question 2

La forme décimale de $\dfrac{7}{4} \times 10^{-3}$ est :

a. 0,00175	b. 0,0175	c. 1,75	d. 0,175

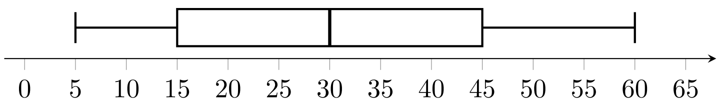
Question 3

La fraction irréductible égale à $1 - \left(\dfrac{2}{3}\right)^2$ est :

a. $\dfrac{5}{9}$	b. $\dfrac{1}{3}$	c. $\dfrac{7}{9}$	d. $\dfrac{4}{9}$

Questions 4 et 5

Le diagramme en boîtes ci-dessous résume une série statistique. Il sert à répondre aux questions 4 et 5.



Question 4

L'écart interquartile de cette série vaut :

a. 20	b. 30	c. 15	d. 55

Question 5

Le pourcentage des valeurs de cette série comprises entre 30 et 60 est :

a. 25 %	b. 75 %	c. 50 %	d. 30 %

Question 6

La solution de l'équation $3x - 10 = x + 2$ est :

a. $x = 4$	b. $x = 8$	c. $x = 6$	d. $x = -4$

Question 7

Le développement de $(3x - 2)^2$ est :

a. $9x^2 - 4$	b. $9x^2 + 12x + 4$	c. $9x^2 - 12x + 4$	d. $6x^2 - 12x + 4$

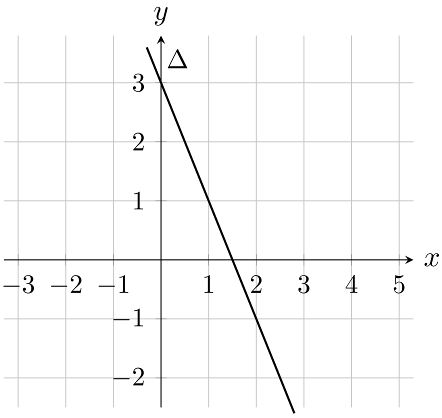
Question 8

La forme factorisée de $x^3 + 5x$ est :

a. $x(x^2 + 5)$	b. $x^2(x + 5)$	c. $x(x + 5)^2$	d. $(x + 1)(x^2 + 5)$

Question 9

La droite Δ est représentée dans le repère ci-dessous. En identifiant l'ordonnée à l'origine et le coefficient directeur par lecture graphique, quelle est l'équation de Δ ?



a. $y = 2x + 3$	b. $y = -2x - 3$	c. $y = -2x + 3$	d. $y = \frac{1}{2}x + 3$

Question 10

Dans un repère, on donne $A(5\,;\,8)$ et $B(1\,;\,0)$. Le coefficient directeur de la droite (AB) est :

a. 2	b. $\frac{1}{2}$	c. -2	d. 4

PARTIE II

Exercice 1

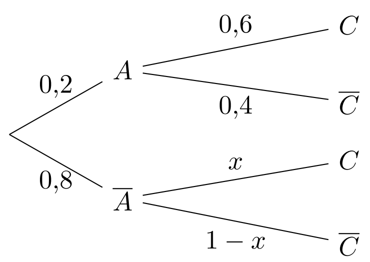
Question 1
On lance deux fois une pièce équilibrée, de manières identiques et indépendantes. Si le joueur obtient 2 Faces, il perd 5 €, s'il obtient exactement une Face, il gagne 2 €, s'il obtient 2 Piles il gagne 4 €. On note G la variable aléatoire correspondant au gain algébrique du joueur, en euros.

a. $E(G) = 0{,}75$	b. $E(G) = 3$	c. $E(G) = 1$	d. $E(G) = -4$

Question 2
A et B sont deux évènements, et on donne $P(A) = \dfrac{3}{7}$, $P(B) = \dfrac{3}{20}$, $P(A \cup B) = \dfrac{4}{7}$.

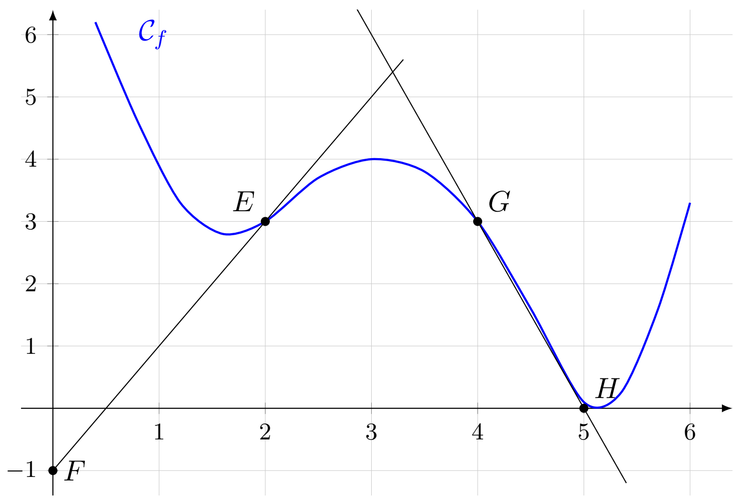
a. A et B sont indépendants.	b. $P_A(B) = \dfrac{3}{980}$	c. $P(A \cap B) = \dfrac{3}{140}$	d. $P_A(B) = \dfrac{1}{60}$

Question 3
On donne l'arbre de probabilités ci-dessous, ainsi que la probabilité $P(C) = 0{,}48$.



a. $x = 0{,}6$	b. $x = 0{,}36$	c. $x = 0{,}45$	d. $x = \dfrac{0{,}48}{0{,}12}$

Question 4
On a tracé la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ d'une fonction f dans un repère orthonormé, ainsi que deux de ses tangentes, au point E d'abscisse 2 et au point G d'abscisse 4. Les coordonnées des points E, F, G, H peuvent être lues graphiquement, ce sont des entiers. La tangente à $\mathcal{C}_f$ au point E est la droite (EF), celle au point G est la droite (GH). On note f' la fonction dérivée de f.



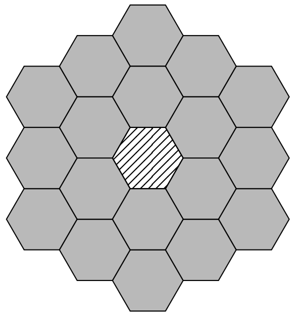
a. $f'(2) = 4$	b. $f'(2) = 3$	c. $f'(4) = 3$	d. $f'(4) = -3$

Question 5
On considère la fonction Python suivante :

```
def evolu(k):
  i = 200
  n = 0
  while i < k :
    i = 1.2*i + 10
    n = n + 1
  return n
```

a. `evolu(500)=4`	b. `evolu(600)=5`	c. `evolu(300)=3`	d. `evolu(400)=4`

Exercice 2



Un artisan commence la pose d'un carrelage dans une grande pièce. Le carrelage choisi a une forme hexagonale. L'artisan pose un premier carreau au centre de la pièce puis procède en étapes successives de la façon suivante :

- à l'étape 1, il entoure le carreau central, à l'aide de 6 carreaux et obtient une première forme.
- à l'étape 2 et aux étapes suivantes, il continue ainsi la pose en entourant de carreaux la forme précédemment construite.

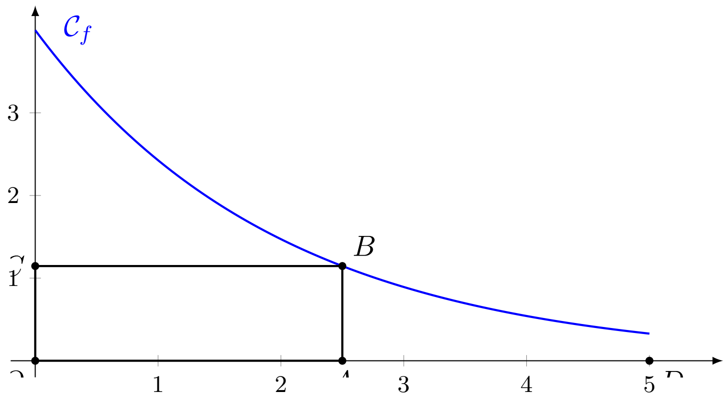
On note u_n le nombre de carreaux ajoutés par l'artisan pour faire la n-ième étape ($n \geq 1$). Ainsi $u_1 = 6$ et $u_2 = 12$.

1. Quelle est la valeur de u_3 ?
2. On admet que la suite (u_n) est arithmétique de raison 6. Exprimer u_n en fonction de n.
3. Combien l'artisan a-t-il ajouté de carreaux pour faire l'étape 5 ? Combien a-t-il alors posé de carreaux au total lorsqu'il termine l'étape 5 (en comptant le carreau central initial) ?
4. On pose $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$. Montrer que $S_n = 6(1+2+3+\cdots+n)$ puis que $S_n = 3n^2 + 3n$.
5. Si on compte le premier carreau central, le nombre total de carreaux posés par l'artisan depuis le début, lorsqu'il termine la n-ième étape, est donc $3n^2 + 3n + 1$. À la fin de sa semaine, l'artisan termine la pose du carrelage en collant son 2 977$^{\text{e}}$ carreau. Combien a-t-il fait d'étapes ? *Aide :* $189^2 = 35721$.

Exercice 3

Un propriétaire souhaite construire un enclos rectangulaire sur son terrain. Celui-ci est représenté ci-dessous dans un repère orthonormé, d'unité le mètre. Il est délimité par l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées, la droite d'équation $x = 5$ et la courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de la fonction f définie sur $[0\,;\,5]$ par

$$f(x) = 4\,\mathrm{e}^{-0,5x}.$$



L'enclos est représenté par le rectangle $OABC$ où O est l'origine du repère et B un point de $\mathcal{C}_f$, A et C étant respectivement sur l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées. On note x l'abscisse du point A et D le point de coordonnées $(5\,;\,0)$. Le but de l'exercice est de déterminer la position du point A sur le segment $[OD]$ permettant d'obtenir un enclos de superficie maximale.

1. Justifier que la superficie de l'enclos, en m^2, est donnée en fonction de x par $g(x) = 4x\,\mathrm{e}^{-0,5x}$ pour x dans l'intervalle $[0\,;\,5]$.

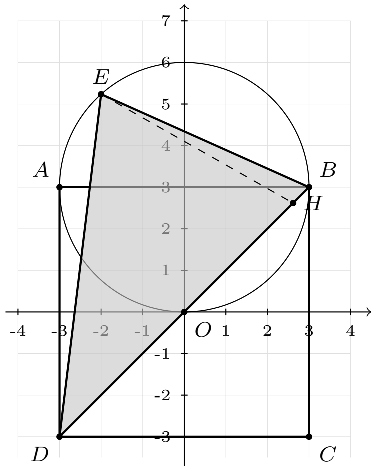
2. La fonction g est dérivable sur $[0\,;\,5]$. Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;\,5]$, on a $g'(x) = (4 - 2x)\,\mathrm{e}^{-0,5x}$.

3. En déduire le tableau de variations de la fonction g sur $[0\,;\,5]$.

4. Où doit-on placer le point A sur $[OD]$ pour obtenir une superficie d'enclos maximale ? Donner la superficie maximale possible en arrondissant le résultat au dm^2. *Aide :* $\mathrm{e}^{-1} = 0,37$.

Exercice 4

Le logo d'une entreprise est constitué d'un carré, d'un cercle et d'un triangle. Il a été représenté ci-contre dans un repère orthonormé $(O\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath})$. On donne les coordonnées des sommets du carré : $A(-3\,;\,3)$, $B(3\,;\,3)$, $C(3\,;\,-3)$, $D(-3\,;\,-3)$. On considère le point $E\left(-2\,;\,3+\sqrt{5}\right)$. On admettra que E est situé sur le cercle de diamètre $[AB]$. On note I le milieu de $[AB]$.



1. Donner une équation cartésienne de la droite (BD) et une équation du cercle de diamètre $[AB]$.
2. Montrer que la hauteur du triangle BDE issue de E admet pour équation cartésienne $x+y-\left(1+\sqrt{5}\right)=0$.
3. Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal H du point E sur la droite (BD).
4. Calculer l'aire du triangle BDE (en unités d'aire).
5. Montrer que $\overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{DE}=42+6\sqrt{5}$. On admet que $\left\|\overrightarrow{DE}\right\|=\sqrt{42+12\sqrt{5}}$; en déduire la mesure du cosinus de l'angle $\widehat{BDE}$.