PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES – QCM (14 pts)

Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Reportez la lettre réponse dans la dernière case de chaque ligne.

Question 1

On considère les quatre réels non nuls x, y, z et t tels que $\dfrac{y}{x} = z + t$:

La seule égalité vraie est :

A. $y = xz + xt$	**B.** $x = \dfrac{y}{z} + \dfrac{y}{t}$	**C.** $y = \dfrac{z}{x} + \dfrac{t}{x}$	**D.** $x = \dfrac{z+t}{y}$	

Question 2

Une réduction de 30% suivi d'une augmentation de 50% équivaut à :

A. Une augmentation de 20%.	**B.** Une augmentation de 65%.	**C.** Une augmentation de 5%.	**D.** Une baisse de 35%.	

Question 3

30% des élèves de seconde d'un lycée participent à un concours de mathématiques. Ils sont 174 à participer. Le nombre d'élèves de seconde de ce lycée est :

A. 296.	**B.** 522.	**C.** 580.	**D.** On ne peut pas savoir.	

Question 4

On considère le nombre $N = \dfrac{10^7}{2^3}$, on a :

A. $N = 1{,}25 \times 10^6$.	**B.** $N = 5 \times 10^4$	**C.** $N = 5\,000$.	**D.** $N = 5^4$.	

Question 5

Un pavé droit de dimensions 15 cm, 30 cm et 60 cm subit une réduction de rapport un tiers.

Le volume du pavé droit réduit est :

A. 1 dm^3.	**B.** 9 dm^3.	**C.** 100 dm^3.	**D.** 1 000 dm^3.	

Question 6

La fonction suivante, écrite en langage Python a été écrite dans l'éditeur.

```
def suite(n) :
    u=7
    for i in range (n):
        u=2*u-1
    return u
```

On inscrit `suite(4)` dans la console. L'affichage sera

A. 25	**B.** 49	**C.** 97	**D.** 193	

Question 7

Une entreprise possède une flotte de véhicules composée de voitures citadines et d'utilitaires. Certains des véhicules de cette flotte sont électriques.

On choisit au hasard un véhicule de la flotte de l'entreprise et on considère les événements U : « le véhicule est un utilitaire » et E : « le véhicule est électrique ». Les proportions de véhicules de chaque catégorie sont données dans le tableau ci-contre :

	E	$\bar{E}$	Total
U	0,24	0,16	0,4
$\bar{U}$	0,4	0,2	0,6
Total	0,64	0,36	1

La probabilité que le véhicule choisi soit une voiture citadine électrique est :

A. 24%	**B.** 40%	**C.** 16%	**D.** 20%.	

Question 8

Cette question porte sur le même tableau que la question 7 :

La probabilité que le véhicule choisi soit un véhicule électrique sachant que c'est un utilitaire est :

A. $P(U \cap E) = 0{,}24$.	**B.** $P_E(U) = \dfrac{3}{8}$.	**C.** $P_U(E) = 0{,}6$.	**D.** $P_{\bar{U}}(E) = \dfrac{5}{8}$.	

Question 9

Cette question porte sur le même tableau que la question 7 :

Les événements U et E sont-ils indépendants ?

A. Oui, car $P(U \cap E) = P(U) \times P(E)$	**B.** Oui, car $P(U \cup E) = P(U) \times P(E)$.	**C.** Non	**D.** On ne peut pas savoir.	

Question 10

On note S l'ensemble des solutions de l'inéquation $x^2 > 16$ sur $\mathbb{R}$. On a :

A. $S =]-\infty\,;\,-256[\,\cup\,]256\,;\,+\infty[$	**B.** $S =]-\infty\,;\,-4[\,\cup\,]4\,;\,+\infty[$	
C. $S =]-4\,;\,4[$	**D.** $S =]4\,;\,+\infty[$	

Question 11

Le plan est muni d'un repère orthogonal. On note (d) la droite passant par les points $E(0\,;\,3)$ et $F(4\,;\,1)$.

Le coefficient directeur de la droite (d) est égal à :

A. $\dfrac{-1}{2}$	**B.** -2	**C.** $\dfrac{1}{2}$	**D.** 3	

Question 12

La droite (d) de la question 11 coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse :

A. -6	**B.** -3	**C.** 3	**D.** 6	

DEUXIÈME PARTIE (16 pts)

Exercice 1 (6 pts) Partie A : étude d'une fonction auxiliaire

On considère la fonction polynôme P définie pour tout réel x par $P(x) = x^3 - 3x^2 - 16$.

1. Dresser le tableau de variations de P sur $\mathbb{R}$.

2. Calculer $P(4)$.

3. Déduire des questions précédentes le tableau de signes de $P(x)$ sur $\mathbb{R}$.

Partie B : étude d'une fonction rationnelle

On considère la fonction f définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x^3 - 6x^2 + 32}{x}$

On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative.

1. Montrer que, pour tout réel $x > 0$:

$$f'(x) = \frac{2P(x)}{x^2} \quad \text{où } P \text{ est la fonction définie dans la partie A.}$$

2. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $]0\,;\,+\infty[$.

3. En déduire le minimum de la fonction f sur $]0\,;\,+\infty[$.

4. Déterminer l'équation réduite de la tangente T à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 4.

Exercice 2 (5 pts)

Une urne contient des boules indiscernables au toucher : une boule rose, trois boules vertes et six boules bleues. Un jeu consiste à tirer une boule dans l'urne. On mise deux euros. Une boule de couleur rose rapporte 10 €, une boule de couleur bleue fait perdre 1 € et une boule de couleur verte ne fait rien perdre ni gagner.

On appelle X la variable aléatoire correspondant au « gain algébrique » du joueur, c'est-à-dire la somme gagnée ou perdue, en euro, par le joueur.

1. Quelles sont les valeurs prises par la variable aléatoire X ?

2. Déterminer la loi de probabilité de X.

3. Calculer l'espérance $E(X)$. Interpréter ce résultat.

Exercice 3 (5 pts)

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

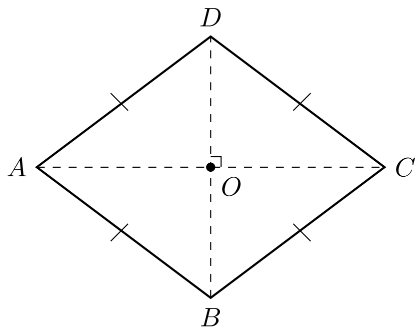
Soit $ABCD$ un losange de centre O tel que $AC = 8$ cm, $BD = 6$ cm.

1. Calculer la longueur du côté du losange.

2. a. Simplifier la somme vectorielle $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}$.

2. b. Calculer $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DC}$.

3. Déterminer la valeur exacte de $\cos\left(\widehat{CDA}\right)$.



Partie B

$ABCD$ est un carré de côté 1. On construit les points E et F tels que $\overrightarrow{CE} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{BF} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{BC}$.

Démontrer que les droites (AF) et (BE) sont perpendiculaires.

On pourra se placer dans le repère orthonormé $\left(A\,;\,\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right)$.