

PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES – QCM (10 points)

Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse **en lettre majuscule**.

Question 1

Une quantité subit une hausse de 10 %, suivie d'une baisse de 30 %. Quelle est l'évolution globale ?

- A. Une baisse de 20 %
- B. Une baisse de 23 %
- C. Une baisse de 10 %
- D. Une baisse de 27 %

Question 2

Une population A représente 40 % d'une population totale. Parmi A , 20 % sont des femmes. Quelle proportion du total représentent les femmes de la population A ?

- A. 60 %
- B. 20 %
- C. 8 %
- D. 2 %

Question 3

Si la variance d'une variable aléatoire est nulle, que peut-on dire des données ?

- A. L'espérance est nulle
- B. La variable aléatoire ne prend qu'une seule valeur
- C. C'est impossible
- D. L'écart-type est égal à 1

Question 4

Quelle est la pente de la droite passant par $P(2; 4)$ et $Q(5; 10)$?

- A. 2
- B. 0,5
- C. 3
- D. 6

Question 5

Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = (-7x + 2)^4$. Quelle est l'expression de $g'(x)$?

- A. $g'(x) = (-7x + 2)^3$
- B. $g'(x) = -7(x + 2)^3$
- C. $g'(x) = 4(-7x + 2)^3$
- D. $g'(x) = -28(-7x + 2)^3$

Question 6

Soit la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = 3(x + 1)\sqrt{x}$.

La fonction dérivée f' de f sur $]0; +\infty[$ est :

- A. $f'(x) = 3\sqrt{x} - \frac{3x + 1}{2\sqrt{x}}$
- B. $f'(x) = 3\sqrt{x} + \frac{3x + 1}{2\sqrt{x}}$
- C. $f'(x) = \frac{9x + 3}{2\sqrt{x}}$
- D. $f'(x) = \frac{6x + 3}{2\sqrt{x}}$

Question 7

B et C sont deux évènements tels que $P(B) = 0,15$, $P(C) = 0,427$ et $P(B \cup C) = 0,577$

- A. B et C sont incompatibles et indépendants
B. B et C ne sont ni incompatibles ni indépendants
C. B et C sont incompatibles et pas indépendants
D. B et C sont indépendants et pas incompatibles

Question 8

Soit la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = x^3 - 4,8x - 3$.

- A. g est strictement croissante sur \mathbb{R}
B. g admet un seul extremum local sur \mathbb{R}
C. 3,2 est un minimum local de g sur \mathbb{R}
D. g admet deux extremum locaux sur \mathbb{R}

Question 9

On considère la fonction Python ci-contre.

Que renvoie `suite(3)` dans la console d'exécution ?

- A. [4, 10, 22]
B. [1, 4, 10, 22]
C. [2.5, 5.5, 11.5]
D. [1, 2.5, 5.5, 11.5]

```
def suite(n):  
    x = 1  
    L = [1]  
    for k in range(n) :  
        x = (4*x+1)/2  
        L = L + [x]  
    return(L)
```

Question 10

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les deux vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -9 \\ -6 \end{pmatrix}$

- A. \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires
B. \vec{u} et \vec{v} sont orthogonaux
C. \vec{u} et \vec{v} sont parallèles
D. \vec{u} et \vec{v} sont ni colinéaires ni orthogonaux

DEUXIÈME PARTIE (30 points)

Exercice 1 (15,5 pts)

1. Étude d'une fonction polynomiale

On considère la fonction g définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = x^2 - 4x + 3$.

Établir le tableau de signes de la fonction g sur \mathbb{R} . Bien justifier.

2. Étude d'une fonction rationnelle

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R}^* par : $f(x) = x - 4 + \frac{3}{x}$.

On note \mathcal{C} sa courbe représentative.

2.a. Vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, on a : $f(x) = \frac{g(x)}{x}$.

2.b. En utilisant la question 1., déterminer la position de la courbe \mathcal{C} par rapport à l'axe des abscisses.

2.c. On admet que f est dérivable sur \mathbb{R}^* . Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, on a :

$$f'(x) = \frac{(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})}{x^2}$$

2.d. En déduire le tableau de variations de la fonction f sur \mathbb{R}^* .

On donne $f(-\sqrt{3}) = -2\sqrt{3} - 4$ et $f(\sqrt{3}) = 2\sqrt{3} - 4$

2.e. Déterminer les équations des tangentes à la courbe \mathcal{C} aux points d'abscisses 1 ; $\sqrt{3}$ et 3.

Indiquer les étapes intermédiaires. On pourra faire apparaître la formule générale de la tangente une seule fois.

3. Représentation graphique

3.a. Calculer $f\left(\frac{1}{2}\right)$ et $f(6)$.

3.b. Tracer l'allure de la courbe \mathcal{C} sur l'intervalle $]0 ; 6]$ sur la page 1, en faisant apparaître les éléments déterminés précédemment.

Exercice 2 (14,5 points)

Clara est une artisane potière qui ouvre son atelier en janvier 2026. Elle étudie l'évolution de sa production et de ses ventes selon trois aspects complémentaires.

Partie 1 — Production hebdomadaire

Clara démarre doucement : la première semaine, elle fabrique 10 pièces. Grâce à sa maîtrise croissante, elle produit 5 pièces de plus chaque semaine.

On note u_n le nombre de pièces produites lors de la n -ième semaine. On a donc $u_1 = 10$.

- 1.a. Calculer u_2 et u_3 .
- 1.b. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser sa raison et son premier terme.
- 1.c. Déterminer le sens de variations de la suite (u_n) .
- 1.d. Exprimer u_n en fonction de n .
- 1.e. Calculer S , le nombre total de pièces produites sur les n premières semaines en utilisant la formule vue en cours.

Partie 2 — Ventes en ligne

Clara ouvre une boutique en ligne. Le premier mois elle vend 8 pièces. Grâce au bouche-à-oreille, ses ventes doublent chaque mois.

On note v_n le nombre de pièces vendues en ligne le n -ième mois. On a donc $v_1 = 8$.

- 2.a. Calculer v_2 et v_3 .
- 2.b. Quelle est la nature de la suite (v_n) ? Préciser sa raison et son premier terme.
- 2.c. Déterminer le sens de variations de la suite (v_n) .
- 2.d. Exprimer v_n en fonction de n .
- 2.e. Calculer T , le nombre total de pièces vendues sur les n premiers mois. On simplifiera le résultat au maximum.

Partie 3 — Économies

Clara dépose 500 € sur un compte.

On note w_n l'argent disponible sur ce compte à la fin du mois n .

On a donc $w_0 = 500$ et on admet que $w_{n+1} = 1,5 w_n + 200$.

- 3.a. Calculer w_1 .
- 3.b. On pose $t_n = w_n + 400$. Montrer que (t_n) est une suite géométrique de raison 1,5 et préciser son premier terme.
- 3.c. Déterminer l'expression de t_n en fonction de n .
- 3.d. En déduire l'expression de w_n en fonction de n .

Annexe de l'exercice 1

