EAM Sujet N°4

Mathématiques — Classe de Première

PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES - QCM (5pts)

Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse.

Question n°1 :

On donne l'expression $m = \dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b}$, l'expression de a en fonction de b et m.

A. $a = \dfrac{b}{bm-1}$ **B.** $a = b - \dfrac{1}{m}$ **C.** $a = \dfrac{1}{m} - \dfrac{1}{mb}$ **D.** $a = \dfrac{1}{m} - \dfrac{1}{b}$

Question n°2 :

On donne le tableau suivant.

	A	$\bar{A}$	Total
B	30	45	75
$\bar{B}$	10	15	25
Total	40	60	100

$\dfrac{9}{20}$ est égale à :

A. $P(A \cap \bar{B})$ **B.** $P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap \bar{B})$ **C.** $P_A(\bar{B})$ **D.** $P_{\bar{B}}(A)$

Question n°3 :

Un article coûtait 50 € et a subi une augmentation de 50 % avant de subir une baisse de 80 %. Quel est le prix final de cet article ?

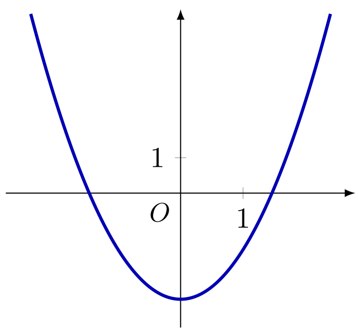
A. 30 € **B.** 60 € **C.** 15 € **D.** 20 €

Question n°4 :

On a représenté ci-contre une parabole $\mathscr{P}$.
Une seule des quatre fonctions ci-dessous est susceptible d'être représentée par la parabole $\mathscr{P}$. Laquelle ?

A. $x \mapsto 1{,}4x^2 + 3$ **B.** $x \mapsto -1{,}4x^2 - 3$

C. $x \mapsto 1{,}4x^2 - 3$ **D.** $x \mapsto -1{,}4x^2 + 3$



Question n°5 :

On considère l'égalité $\dfrac{1}{U} = 2 + \dfrac{3}{8}$. On a :

A. $U = \dfrac{8}{19}$ **B.** $U = \dfrac{3}{14}$ **C.** $U = \dfrac{5}{8}$ **D.** $U = \dfrac{8}{5}$

Question n°6 :

Développer et réduire $(2x - 5)(x^2 - 3x + 2)$.

A. $2x^3 - 11x^2 + 19x - 10$ **B.** $2x^3 - 11x^2 + 15x - 10$
C. $2x^3 - 11x^2 + 15x - 2$ **D.** $2x^3 - 5x^2 + 4x - 10$

Question n°7 :

Résoudre l'inéquation $2x + 8 > 4x - 6$.

A. $x < 7$ **B.** $x > 7$ **C.** $x \leqslant 7$ **D.** $x \geqslant 7$

Question n°8 :

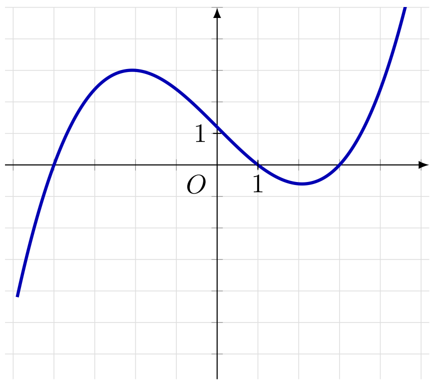
Simplifier $\dfrac{(a^4)^{-2} \times a^2}{a^{-3}}$.

A. a^{-3} **B.** a^{-9} **C.** a^1 **D.** a^7

Question n°9 :

On considère la fonction f dont la dérivée f' est représentée ci-contre par la courbe suivante :

D'après cette représentation graphique, quelle affirmation parmi celles proposées, est fausse :



A. La fonction f est croissante $[-4\ ;\ -2]$

B. La fonction f est décroissante sur $[0\ ;\ 2]$

C. La fonction f est croissante sur $[-2\ ;\ 0]$

D. La fonction f est décroissante sur $[1\ ;\ 3]$

Question n°10 :

Une vitesse de 1 000 m/s équivaut à :

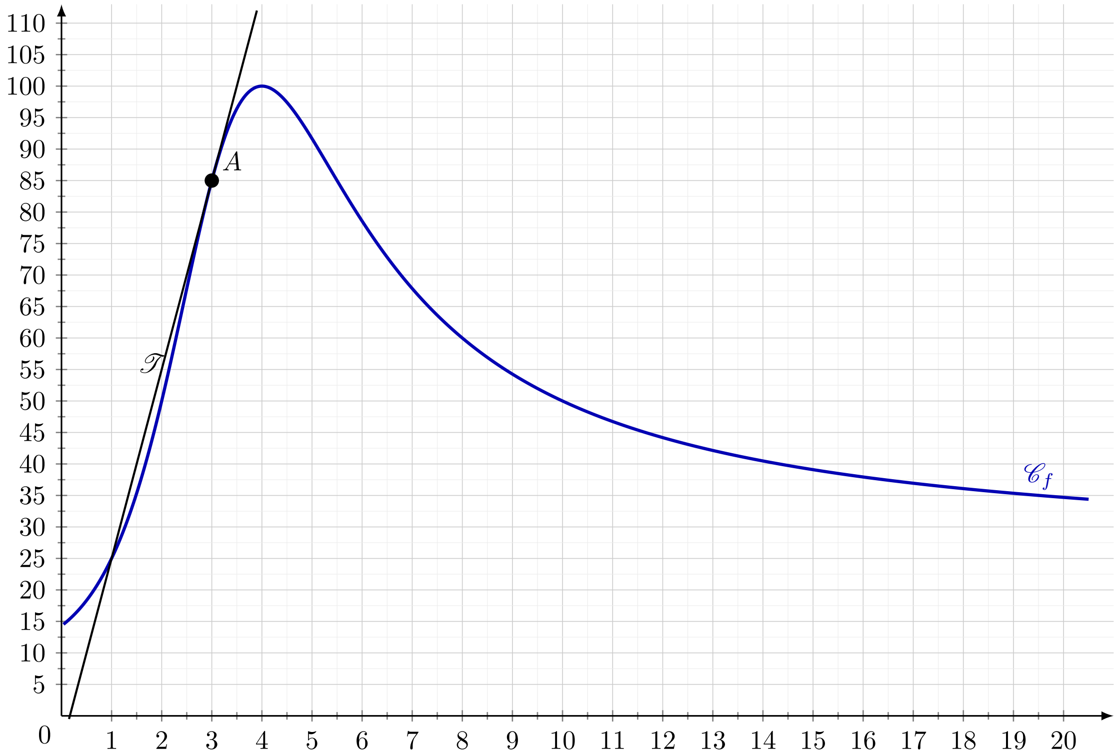
A. 3600 km/h **B.** 1 km/h **C.** 3,6 km/h **D.** 36 km/h

DEUXIÈME PARTIE : EXERCICES (15 pts)

Exercice 1 :

Partie A :

On donne ci-dessous, dans un repère orthogonal, la représentation graphique $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ et la droite $\mathscr{T}$ tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A d'abscisse 3.



1. Déterminer graphiquement la solution de l'équation $f'(x) = 0$ sur $[0\,;20]$.
2. Déterminer graphiquement les solutions de l'inéquation $f'(x) > 0$ sur $[0\,;20]$.
3. Déterminer graphiquement la valeur de $f(3)$.
4. Déterminer graphiquement la valeur de $f'(3)$.
5. En déduire par le calcul l'équation réduite de la droite $\mathscr{T}$.

Partie B :

En prononçant « six seven » il y a tout juste un an devant son ami qui le filmait, l'américain Maverick Trevillian était loin de se douter qu'il serait à l'origine d'un nouveau phénomène mondial d'abrutissement numérique.

Un sociologue décide d'étudier la popularité de ces deux mots sur Internet pour analyser l'impact des réseaux sociaux sur la vitesse de propagation des phénomènes culturels.

Il utilise pour cela les données de Google Trends qui fournissent un "score d'intérêt" compris entre 0 et 100.

L'évolution de ce score sur une période de 20 jours à partir de la publication de la vidéo sur les réseaux sociaux est modélisée par la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;20]$ par

$$f(x) = \frac{150(x-1)}{x^2-6x+14} + 25$$

où x représente le nombre de jours écoulés depuis la publication de la vidéo et $f(x)$ le score d'intérêt. La courbe représentative de la fonction f sur $[0\,;20]$ est représentée par $\mathscr{C}_f$ dans le repère orthonormé de la partie A.

1. Montrer que pour tout $x \in [0\,;20]$, la dérivée de f est :

$$f'(x) = \frac{150(-x^2+2x+8)}{(x^2-6x+14)^2}$$

2. a. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[0\,;20]$.

   b. En déduire le tableau de variations de la fonction f sur $[0\,;20]$.

   On admet que $f(0) = \dfrac{100}{7}$ et $f(20) = \dfrac{1700}{49}$.

   c. Préciser combien de jours après la publication de la vidéo le score d'intérêt atteint la valeur maximale.

Exercice 2 :

Partie A :

Chaque semaine, Jules a l'occasion de faire un peu de sport. On s'intéresse à son assiduité au fil des semaines. On sait que :

— la première semaine, Jules n'est pas allé au sport ;

— si une semaine Jules n'est pas allé au sport, alors il va au sport la semaine suivante avec une probabilité de 0,6 ;

— si une semaine Jules est allé au sport, alors il retourne au sport la semaine suivante avec une probabilité de 0,8.

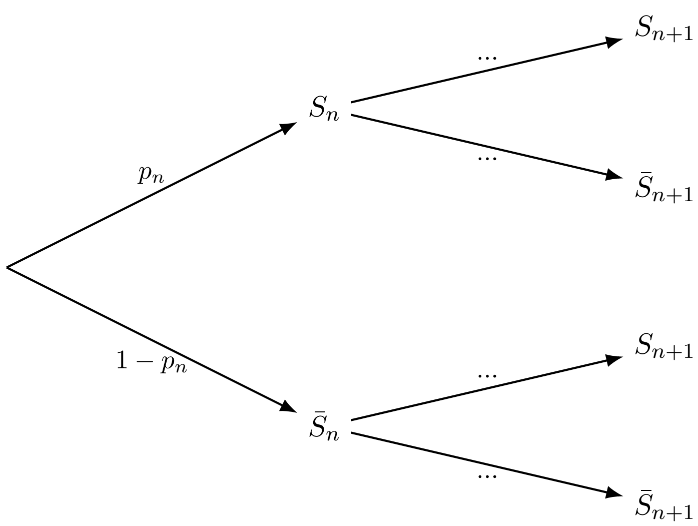
On désigne par S_2 l'évènement : « Jules est allé au sport la deuxième semaine » et par S_3 l'évènement : « Jules est allé au sport la troisième semaine ».

1. Construire un arbre pondéré modélisant la situation pour les semaines 2 et 3.
2. Calculer $P(S_2 \cap S_3)$ et interpréter le résultat.
3. Montrer que la probabilité de S_3 est 0,72.
4. Sachant que Jules est allé au sport la troisième semaine, déterminer la probabilité qu'il y soit aussi allé la deuxième semaine.

Partie B :

On désigne, pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, par S_n l'évènement : "Jules est allé au sport la semaine n" et on note $p_n = P(S_n)$. On a donc $p_1 = 0$.

1. Recopier et compléter l'arbre suivant :



2. Justifier que, pour tout entier $n \geqslant 1$, $p_{n+1} = 0{,}2\,p_n + 0{,}6$.
3. En vous aidant du résultat de la question 3 – partie A, calculer p_4.
4. On admet dans la suite que, pour tout entier $n \geqslant 1$, $p_n \in [0\,;0{,}75]$.
   Étudier le signe de $x \mapsto 0{,}6 - 0{,}8x$ pour $x \in [0\,;0{,}75]$.

5. En déduire le sens de variation de la suite (p_n).

6. Recopier et compléter le programme Python ci-contre afin de déterminer à partir de quelle semaine la probabilité que Jules aille au sport dépasse 0,745 pour la première fois.

```
n = 1
p = 0
while ..........:
    p = ..........
    n = n + 1
print(n)
```