

## Épreuve anticipée de mathématiques – Sujet n°3

Voie générale – Enseignement de spécialité mathématiques

Durée : **2 heures** – L'usage de la calculatrice **n'est pas autorisé**.

### PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES – QCM (6 points)

*Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse.*

#### Question 1

On considère le nombre  $N = \frac{6 \times 10^9}{4 \times 10^3}$ . On a :

- A.  $N = 1,5 \times 10^3$       B.  $N = 1,5 \times 10^6$       C.  $N = 2,4 \times 10^{12}$       D.  $N = 1,5 \times 10^{-3}$

#### Question 2

Dans une ville, les deux tiers des habitants possèdent une voiture. Parmi eux, trois cinquièmes possèdent une voiture électrique. La proportion d'habitants de la ville possédant une voiture électrique est :

- A.  $\frac{1}{3}$       B.  $\frac{5}{3}$       C.  $\frac{2}{5}$       D.  $\frac{2}{15}$

#### Question 3

Un salaire augmente de 25 % puis baisse de 20 %. Par rapport au salaire initial, on peut affirmer que le salaire final :

- A. A augmenté de 5 %      B. N'a pas changé      C. A baissé de 5 %      D. A baissé de 45 %

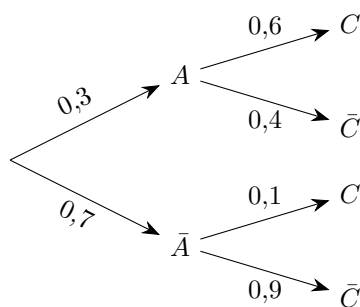
#### Question 4

La loi de Joule donne l'énergie dissipée par effet Joule :  $E = R \cdot I^2 \cdot t$ , où  $R$  est la résistance (en ohms),  $I$  l'intensité (en ampères) et  $t$  la durée (en secondes). L'expression donnant  $I$  en fonction des autres grandeurs est :

- A.  $I = \sqrt{\frac{E}{Rt}}$       B.  $I = \frac{E}{Rt}$       C.  $I = \frac{E^2}{Rt}$       D.  $I = \frac{\sqrt{E}}{Rt}$

#### Question 5

On considère l'arbre de probabilités suivant, où  $A$  et  $C$  sont deux événements :



La probabilité de l'événement  $C$  vaut :

- A. 0,18      B. 0,07      C. 0,25      D. 0,70

**Question 6**

L'expression développée et réduite de  $(2x + 3)(2x - 3) - (x - 1)^2$  est :

- A.  $3x^2 + 2x - 10$       B.  $3x^2 - 2x - 8$       C.  $3x^2 + 2x - 8$       D.  $5x^2 + 2x - 10$

**Question 7**

Dans un repère orthonormé, la droite  $\Delta$  a pour équation  $3x - 2y + 6 = 0$ . Son ordonnée à l'origine est :

- A.  $-3$       B.  $6$       C.  $3$       D.  $2$

**Question 8**

La fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = (-x + 4)(3x + 6)$  s'annule pour :

- A.  $x = 4$  et  $x = 6$       B.  $x = -4$  et  $x = -2$       C.  $x = 4$  et  $x = -2$       D.  $x = -4$  et  $x = 2$

**Question 9**

On note  $S$  l'ensemble des solutions sur  $\mathbb{R}$  de l'inéquation  $4 - 3x \geq x + 12$ . On a :

- A.  $S = [-2; +\infty[$       B.  $S = ] - \infty; -2]$       C.  $S = ] - \infty; 2]$       D.  $S = [-8; +\infty[$

**Question 10**

Voici un tableau de notes pondérées :

|             |   |     |    |
|-------------|---|-----|----|
| Note        | 8 | 12  | 16 |
| Coefficient | 3 | $k$ | 2  |

Pour que la moyenne soit égale à 11, la valeur de  $k$  doit être :

- A.  $k = 1$       B.  $k = 5$       C.  $k = 4$       D. Impossible

**Question 11**

La suite  $(u_n)$  est arithmétique. On sait que  $u_3 = 7$  et  $u_7 = 19$ . La valeur de  $u_0$  est :

- A.  $u_0 = 1$       B.  $u_0 = -2$       C.  $u_0 = 4$       D.  $u_0 = 3$

**Question 12**

Dans un triangle  $ABC$ , on sait que  $AB = 4$ ,  $AC = 5$  et  $\widehat{BAC} = 60$ . La valeur du produit scalaire  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$  est :

- A. 10      B. 20      C.  $10\sqrt{3}$       D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

**DEUXIÈME PARTIE****(14 points)**

Les deux exercices sont indépendants. Les réponses doivent être justifiées.

**Exercice 1****(7 points)**

Une maladie saisonnière se propage dans une région. On modélise et analyse la situation à travers deux prismes complémentaires.

**Partie A – Modélisation de la propagation (suites)**

Au début de la semaine 0, le service de santé recense 200 personnes malades. Chaque semaine, le nombre de nouveaux cas est égal à 60 % du nombre de malades de la semaine précédente.

On note  $u_n$  le nombre de malades recensés au début de la semaine  $n$ .

1. Montrer que la suite  $(u_n)$  est géométrique. Préciser sa raison  $q$  et son premier terme  $u_0$ .
2. Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .
3. Calculer  $u_5$  (on donnera la valeur exacte puis une valeur approchée à l'entier près).
4. Compléter le tableau de valeurs suivant (valeurs approchées à l'entier) :

|       |     |   |   |   |   |   |
|-------|-----|---|---|---|---|---|
| $n$   | 0   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $u_n$ | 200 |   |   |   |   |   |

5. Démontrer que la suite  $u_n$  est décroissante. Conjecturer la limite de la suite  $u_n$ .

**Partie B – Dépistage et probabilités**

Le service de santé utilise un test de dépistage  $T$ . On sait que dans la région :

- la probabilité qu'une personne choisie au hasard soit effectivement malade est 0,15 ;
- si la personne est malade, le test  $T$  est positif avec une probabilité de 0,92 ;
- si la personne n'est pas malade, le test  $T$  est positif avec une probabilité de 0,05.

On note  $M$  l'événement « la personne est malade » et  $P$  l'événement « le test est positif ».

6. Construire l'arbre de probabilités complet de cette situation.
7. Calculer  $P(M \cap P)$  et interpréter le résultat.
8. Calculer  $P(P)$ . Interpréter ce résultat.
9. Une personne apprend que son test est positif. Calculer  $P_P(M)$  et commenter le résultat obtenu.

**Partie C – Croisement**

10. À la semaine  $n = 3$ , on teste une personne choisie au hasard dans la région. D'après les résultats de la Partie A, si on teste  $u_3$  personnes, combien peut-on s'attendre à en trouver malades et testées positives ? (Donner la valeur entière la plus proche.)

**Exercice 2****(7 points)**

Un physicien modélise la trajectoire d'un objet lancé depuis le bord d'une falaise. En notant  $x$  la distance horizontale parcourue (en mètres) depuis le point de lancement, la hauteur  $h(x)$  (en mètres) de l'objet est donnée par :

$$h(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + 10 \quad \text{pour } x \geq 0.$$

La courbe représentative de  $h$  est notée  $\mathcal{C}$  dans un repère orthonormé d'unité le mètre.

**Partie A – Second degré : analyse de la trajectoire**

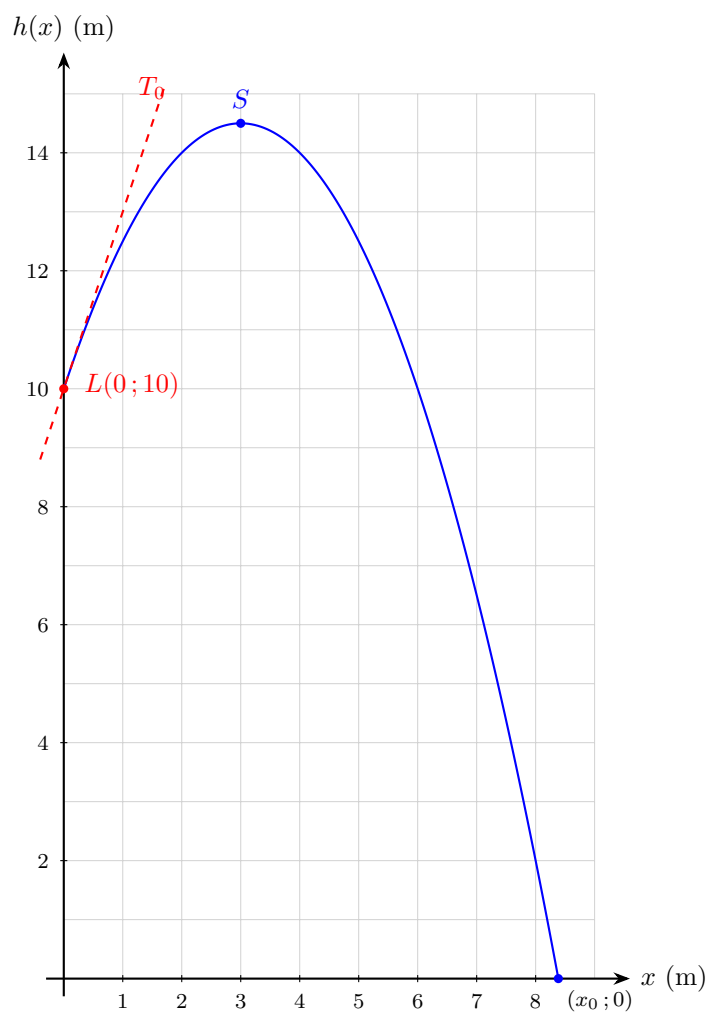
1. Quelle est la hauteur de la falaise ?
2. Déterminer les coordonnées du sommet  $S$  de  $\mathcal{C}$  en mettant  $h(x)$  sous forme canonique. Interpréter physiquement ces coordonnées.
3. En résolvant une équation que l'on précisera, donner la distance horizontale exacte  $x_0$  à laquelle l'objet s'écrase au sol.
4. Dresser le tableau de signes de  $h(x)$  sur  $[0; x_0]$  et vérifier sa cohérence avec la situation physique.

**Partie B – Dérivée et variations**

5. Montrer que  $h$  est dérivable sur  $[0; x_0]$  et calculer  $h'(x)$ .
6. Dresser le tableau de variations complet de  $h$  sur  $[0; x_0]$ .
7. En quel point la trajectoire est-elle momentanément horizontale ? Que représente ce point physiquement ? Vérifier la cohérence avec la question 2.

**Partie C – Tangentes et lecture graphique**

La courbe  $\mathcal{C}$  est représentée ci-dessous. La tangente  $T_0$  au point de lancement  $L(0; 10)$  y est également tracée.



8. Déterminer graphiquement l'équation de la tangente  $T_0$  à  $\mathcal{C}$  au point de lancement  $L(0; 10)$ .
9. Sans calcul supplémentaire, donner l'équation de la tangente à  $\mathcal{C}$  au sommet  $S$ . Justifier.
10. On considère la droite  $\Delta$  d'équation  $y = 2x + 1$ .
  - a. Montrer que  $\Delta$  est parallèle à  $T_0$ .
  - b. Déterminer le point de  $\mathcal{C}$  en lequel la tangente est parallèle à  $\Delta$ .

---

*Fin du sujet*

---