

## ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - CLASSE : Première Générale

### PARTIE A : QCM (CALCULATRICE INTERDITE)

Ce QCM comprend 9 questions. Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte. Les questions sont indépendantes. Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondante à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire de point.

#### Question 1

Pour tout réel  $x$ ,  $\frac{e^{2x}}{e^{x+1}}$  est égale à :

a.  $e^{x-1}$

b.  $e^{3x+1}$

c.  $\frac{2x}{x+1}$

d. e.

#### Question 2

Dans le plan muni d'un repère, les courbes représentatives des fonctions

$$x \mapsto 17x^2 - 26x + 9 \text{ et } x \mapsto 19x^2 - 22x + 10$$

ont :

a. aucun point d'intersection

b. un seul point d'intersection

c. deux points d'intersection

d. quatre points d'intersection.

#### Question 3

Dans un repère orthonormé, la parabole d'équation  $y = 3x^2 - 9x + 5$  a pour sommet le point S et pour axe de symétrie la droite  $\Delta$ . Les coordonnées de S et l'équation de  $\Delta$  sont :

a.  $S\left(\frac{3}{2}; -\frac{7}{4}\right)$  et  $\Delta: x = \frac{3}{2}$

b.  $S\left(\frac{3}{2}; -\frac{7}{4}\right)$  et  $\Delta: y = -\frac{7}{4}$

c.  $S(3; 5)$  et  $\Delta: x = 3$

d.  $S(3; 5)$  et  $\Delta: y = 5$ .

#### Question 4

Dans un repère orthonormé, la droite  $d$  d'équation cartésienne  $3x + 2y + 4 = 0$  admet un vecteur normal de coordonnées :

a.  $\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

b.  $\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$

c.  $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

d.  $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ .

#### Question 5

Le plus petit entier naturel  $n$  tel que la somme  $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n$  soit supérieure à 5 000 est égal à :

a. 1 000

b. 500

c. 200

d. 100.

**Question 6** L'inéquation  $-3(x-2)(x+1) > 0$  admet pour ensemble des solutions :

a.  $[-1; 2]$

b.  $] -\infty; -1[ \cup ] 2; \infty[$

c.  $] -1; 2[$

d.  $] -\infty; -1[ \cup ] 2; +\infty[$ .

**Question 7** Soit  $x$  un nombre réel. Le réel  $\cos(x + 3\pi)$  est égal à :

a.  $\cos(x)$

b.  $-\cos(x)$

c.  $\sin(x)$

d.  $-\sin(x)$ .

Le plus petit entier naturel  $n$  tel que la somme  $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n$  soit supérieure à 5 000 est égal à :

a. 1 000

b. 500

c. 200

d. 100.

#### Question 8

Soient  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  deux vecteurs de coordonnées respectives  $(-1; 0)$  et  $(-3; 4)$  dans un repère orthonormé du plan. Alors  $\|\vec{u} - \vec{v}\|$  est égale à :

a.  $4\sqrt{2}$

b.  $\sqrt{32}$

c. 20

d.  $2\sqrt{5}$ .

**Question 9** Sur l'intervalle  $] -\pi; \pi]$ , l'équation  $\sin(x) = \frac{1}{2}$  a pour solution(s)

a.  $\frac{\pi}{6}$

b.  $\frac{\pi}{3}$  et  $\frac{2\pi}{3}$

c.  $-\frac{\pi}{6}$  et  $\frac{\pi}{6}$

d.  $\frac{\pi}{6}$  et  $\frac{5\pi}{6}$ .

## PARTIE B : RAISONNEMENT ET PROBLÈMES (CALCULATRICE INTERDITE)

### EXERCICE 1

On considère la fonction dérivable  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = 8x^3 - 6x^2 - 2.$$

On note  $f'$  la fonction dérivée de la fonction  $f$ .

Soit  $\mathcal{C}$  la courbe représentative de  $f$  dans un plan muni d'un repère orthogonal.

1. a. Justifier que pour tout réel  $x$ ,

$$f(x) = (x - 1)(8x^2 + 2x + 2).$$

- b. En déduire que la courbe  $\mathcal{C}$  coupe l'axe des abscisses en un seul point A dont on donnera les coordonnées.

2. a. Justifier que pour tout réel  $x$ ,  $f'(x) = 12x(2x - 1)$ .

- b. En déduire le tableau de variations de la fonction  $f$ .

3. Le point B de coordonnées  $\left(0; -\frac{5}{2}\right)$  appartient-il à la tangente T à la courbe  $\mathcal{C}$  au point d'abscisse  $x = \frac{1}{2}$ ? Justifier.

### EXERCICE 2

Un parfumeur propose l'un de ses parfums, appelé « Fleur Rose », et cela uniquement avec deux contenances de flacons : un de 30ml ou un de 50 ml. Pour l'achat d'un flacon « Fleur Rose », il propose une offre promotionnelle sur un autre parfum appelé « Bois d'ébène ».

On dispose des données suivantes :

- $\frac{2}{3}$  des clients achètent un flacon de parfum « Fleur Rose » de 30ml et, parmi ceux là,  $\frac{1}{4}$  achètent également un flacon du parfum « Bois d'ébène »;
- $\frac{1}{3}$  des clients achètent un flacon de parfum « Fleur Rose » de 50ml et, parmi ceux là,  $\frac{1}{5}$  achètent également un flacon du parfum « Bois d'ébène ».

On admet qu'un client donné n'achète qu'un seul flacon de parfum « Fleur de Rose » (soit en 30 ml soit en 50 ml), et que s'il achète un flacon du parfum « Bois d'ébène », il n'en achète aussi qu'un seul flacon.

On choisit au hasard un client achetant un flacon du parfum « Fleur Rose ». On considère les événements suivants :

- $F$  : « le client a acheté un flacon « Fleur Rose » de 30ml »;
- $B$  : « le client a acheté un flacon « Bois d'ébène ».

1. Construire un arbre pondéré traduisant les données de l'exercice.
2. Calculer la probabilité  $p(F \cap B)$ .
3. Calculer la probabilité que le client ait acheté un flacon « Bois d'ébène ».
4. Un flacon « Fleur Rose » de 30ml est vendu 40 €, un flacon « Fleur Rose » de 50ml est vendu 60 € et un flacon « Bois d'ébène » 25 €.

On note  $X$  la variable aléatoire correspondant au montant total des achats par un client du parfum « Fleur Rose ».

- a. Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .
- b. Calculer l'espérance de  $X$  et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

**Aides aux calculs :**  $15 \times 4 = 12 \times 5 = 60$

### EXERCICE 3

D'après l'ADEME (Agence De l'Environnement et de la Maîtrise de l'Énergie), chaque Français a produit une masse moyenne de 365 kg de déchets ménagers en 2018.

Un maire, étant informé que la masse moyenne de déchets ménagers dans sa commune en 2018 était de 400kg par habitant, décide d'une campagne annuelle de sensibilisation au recyclage qui conduit à une réduction de cette production de 1,5 % par an, et cela dès l'année 2019.

On modélise alors la masse moyenne de déchets ménagers par habitant calculée en fin d'année dans cette commune par une suite  $(d_n)$  où pour tout entier naturel  $n$ ,  $d_n$  correspond à la masse moyenne de déchets ménagers par habitant, en kg, pour l'année 2018+  $n$ .

Ainsi,  $d_0 = 400$ .

1. Prouver que  $d_1 = 394$ . Interpréter ce résultat.
2.
  - a. Déterminer la nature de la suite  $(d_n)$ . Préciser sa raison et son premier terme.
  - b. Pour tout entier naturel  $n$ , exprimer  $d_n$  en fonction de  $n$ .
3.
  - a. D'après le tableau de valeurs suivant, en quelle année la masse moyenne de déchets ménagers par habitant deviendra-t-elle inférieure à 365 kg?

$n$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$d_n$	400	394	388,09	382,27	376,53	370,89	365,32	359,84	354,45

- b. Écrire une fonction Python qui retourne l'année à laquelle la masse moyenne de déchets ménagers par habitant de la commune devient inférieure à 365 kg.

#### EXERCICE 4

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

On considère les points A, B et C de coordonnées : A(7 ; -2), B (7 ; 4) et C (1 ; 1).

1. Montrer que  $y = 1$  est une équation de la droite  $(d_1)$  passant par C et perpendiculaire à (AB).
2. Que représente cette droite pour le triangle ABC?
3. Donner une équation de la droite  $(d_2)$ , hauteur du triangle ABC issue du sommet B.
4. On appelle H le point d'intersection des droites  $(d_1)$  et  $(d_2)$ . Donner en justifiant la valeur du produit scalaire :  $\vec{AH} \cdot \vec{CB}$ .

