

Corrigé

Épreuve anticipée de mathématiques — Première technologique Métropole – Session de septembre 2026 – Sujet 1

Baccalauréat technologique — Session 2026 — voie technologique (26-MATHTEME3)

Première partie — Automatismes (QCM)

(6 pts)

RAPPEL

Une seule réponse est correcte par question ; aucune justification n'est exigée le jour de l'épreuve. Les justifications ci-dessous sont fournies à titre pédagogique. Une réponse fausse ou une absence de réponse n'enlève aucun point : il ne faut donc jamais laisser une question sans réponse.

Question 1

Réponse A

On développe le carré avec $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, puis on réduit :

$$f(x) = (x - 1)^2 - 8 = x^2 - 2x + 1 - 8 = x^2 - 2x - 7.$$

Le piège : écrire $(x - 1)^2 = x^2 - 1$ (on obtiendrait $x^2 - 9$, réponse C) ou oublier le $+1$ (réponse D).

Question 2

Réponse D

Une baisse de 20 % correspond au coefficient multiplicateur 0,8 ; une baisse de 10 %, au coefficient multiplicateur 0,9. Le coefficient global est le *produit* :

$$0,8 \times 0,9 = 0,72 = 1 - 0,28.$$

Le prix a donc baissé de 28 %. Les pourcentages successifs ne s'additionnent pas : la baisse n'est pas de 30 % ; et 72 % est ce qui *reste* du prix, pas la baisse.

Question 3

Réponse A

Les solutions de $f(x) = 0$ sont les abscisses des points où $\mathcal{C}_f$ coupe l'axe des abscisses. La courbe le coupe en trois points, d'abscisses -5 , 1 et 6 . L'équation a donc trois solutions, dont deux positives (1 et 6).

Les autres propositions sont fausses : il y a trois solutions et non deux (B), il y en a au moins une (C), et deux d'entre elles sont positives, pas une seule (D).

Question 4

Réponse D

La droite (d) coupe l'axe des ordonnées en $3 : b = 3$. Elle passe aussi par le point $(6 ; 0)$, donc

$$a = \frac{0 - 3}{6 - 0} = -\frac{1}{2}.$$

L'équation réduite est $y = -\frac{1}{2}x + 3$. Les réponses A et C correspondent à des droites croissantes, alors que (d) descend ; la réponse B a une pente -2 , trop forte (elle couperait l'axe des abscisses en $1,5$).

Question 5

Réponse B

Dans chaque barre, les nuitées en camping correspondent à la *hauteur de la partie noire* (et non à la hauteur de son sommet). Par lecture graphique, cette partie mesure environ 80 millions de nuitées en 2016 (de 200 à 280 environ), alors qu'elle dépasse 100 millions toutes les autres années.

Le piège porte sur 2020 et 2021 : ce sont les années où le total des nuitées (et les nuitées en hôtel) est le plus faible, mais la partie « campings » y reste supérieure à 100 millions.

Question 6**Réponse C**

Multiplier par 10^{-3} revient à décaler la virgule de trois rangs vers la gauche : $N = 0,000\,026$. En écriture scientifique, on décale la virgule jusqu'après le premier chiffre non nul :

$$N = 0,026 \times 10^{-3} = 2,6 \times 10^{-2} \times 10^{-3} = 2,6 \times 10^{-5}.$$

La réponse B vaut $0,0026 \times 10^{-4} = 2,6 \times 10^{-7}$, cent fois moins.

Question 7**Réponse A**

Le coefficient directeur de (AB) est

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-5 - 15}{7 - 5} = \frac{-20}{2} = -10.$$

La réponse B inverse le quotient $\frac{\Delta x}{\Delta y}$.

Question 8**Réponse D**

$4x + 3 = 0 \iff x = -\frac{3}{4}$. Le coefficient de x vaut $4 > 0$: la fonction affine est croissante, donc négative avant $-\frac{3}{4}$ et positive après.

A place le zéro en $\frac{3}{4}$ au lieu de $-\frac{3}{4}$; B a la bonne valeur mais les signes inversés (ce serait le cas d'un coefficient de x négatif) ; C place le zéro en 4.

Question 9**Réponse A**

On réduit d'abord le dénominateur, puis on prend l'inverse :

$$2 + \frac{5}{6} = \frac{12}{6} + \frac{5}{6} = \frac{17}{6}, \quad \text{donc} \quad F = \frac{1}{\frac{17}{6}} = \frac{6}{17}.$$

La fraction $\frac{6}{17}$ est irréductible (17 est premier et ne divise pas 6).

Question 10**Réponse A**

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul :

$$(3x + 1)(x - 5) = 0 \iff 3x + 1 = 0 \text{ ou } x - 5 = 0 \iff x = -\frac{1}{3} \text{ ou } x = 5.$$

$$\text{D'où } S = \left\{ -\frac{1}{3}; 5 \right\}.$$

Question 11**Réponse D**

Les solutions de $f(x) \leq g(x)$ sont les abscisses des points où $\mathcal{C}_f$ est *sur ou sous* $\mathcal{C}_g$. Les deux courbes se coupent aux points marqués $(-3; -1)$ et $(2; 3)$; la parabole $\mathcal{C}_f$ est au-dessus de la droite $\mathcal{C}_g$ entre -3 et 2 , et en dessous ailleurs sur $[-5; 5]$. D'où $S = [-5; -3] \cup [2; 5]$.

B donne les solutions de l'inéquation contraire $f(x) > g(x)$; A utilise le point où $\mathcal{C}_f$ coupe l'axe des abscisses ($x = 4$) au lieu de l'intersection des courbes ; C oublie l'intervalle $[2; 5]$.

Question 12**Réponse B**

Par lecture graphique, $\mathcal{C}_f$ part du point $(-5; 0)$, monte jusqu'au sommet $(-2; 5)$, descend jusqu'au creux $(4; -6)$, puis remonte jusqu'à $(6; 0)$. Dans un tableau de variations, la première ligne contient les *abscisses* $-5, -2, 4, 6$, et les flèches relient les *ordonnées* $0, 5, -6, 0$: c'est le tableau B.

A place le maximum en $x = 0$ (c'est là que la courbe coupe l'axe des ordonnées, pas son sommet) ; C inverse abscisses et ordonnées ; D ne compte qu'un changement de variation.

Deuxième partie — Exercice 1 — Test de dépistage chez les bovins

(5 pts)

RAPPEL

Groupe témoin de 1 000 bovins : 200 malades (180 testés positifs, 20 négatifs) et 800 non malades (45 positifs, 755 négatifs) ; au total 225 tests positifs. M : « le bovin est malade » ; T : « le test est positif ». Aide au calcul : $225 = 5 \times 45$.

1. Démonstration de $P(M) = 0,2$ **MÉTHODE**

Le bovin est choisi au hasard : on est en situation d'équiprobabilité. Une probabilité est le quotient de l'effectif de l'événement par l'effectif total.

$$P(M) = \frac{200}{1\,000} = 0,2.$$

RÉPONSE

On a bien $P(M) = 0,2$: 20 % des bovins du groupe témoin sont malades.

2. Description et probabilité de $M \cap T$

$$P(M \cap T) = \frac{180}{1\,000} = 0,18.$$

RÉPONSE

$M \cap T$: « le bovin est malade **et** son test est positif ». Sa probabilité est $P(M \cap T) = 0,18$.

3. Calcul de $P_M(T)$ **MÉTHODE**

Sachant que le bovin est malade, on se restreint à la ligne « Malade » du tableau (200 bovins) et on y compte les tests positifs.

$$P_M(T) = \frac{180}{200} = 0,9.$$

RÉPONSE

$P_M(T) = 0,9$: lorsqu'un bovin est malade, le test est positif dans 90 % des cas.

4. Fiabilité du test**MÉTHODE**

« Ne pas être atteint sachant que le test est positif » se traduit par $P_T(\overline{M})$: on se restreint à la colonne « Test positif » (225 bovins) et on compte les non-malades. L'aide au calcul $225 = 5 \times 45$ permet de simplifier.

$$P_T(\overline{M}) = \frac{45}{225} = \frac{45}{5 \times 45} = \frac{1}{5} = 0,2.$$

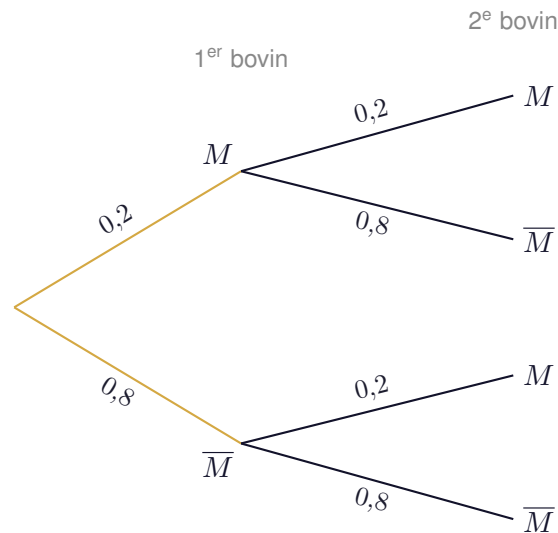
Or $0,2 > 0,15$.

RÉPONSE

Le test **n'est pas fiable** : parmi les bovins testés positifs, 20 % ne sont pas malades, ce qui dépasse le seuil de 15 %.

5.a. Arbre pondéré pour deux bovins**MÉTHODE**

Le tirage est assimilé à un tirage avec remise : les deux choix sont identiques et indépendants. À chaque niveau, $P(M) = 0,2$ et $P(\overline{M}) = 1 - 0,2 = 0,8$.

**5.b. Probabilité de l'événement A** **MÉTHODE**

L'événement A correspond au chemin $M - M$ de l'arbre ; sa probabilité est le produit des probabilités rencontrées le long de ce chemin.

$$P(A) = 0,2 \times 0,2 = 0,04.$$

RÉPONSE

La probabilité que les deux bovins choisis soient malades est $P(A) = 0,04$.

Deuxième partie — Exercice 2 — Bénéfice d'une usine de tracteurs

(5 pts)

Partie A — Signe d'un produit

RAPPEL

$f(x) = (12x - 480)(x - 10)$ pour tout réel x .

MÉTHODE

On étudie le signe de chaque facteur affine, puis on applique la règle des signes. $12x - 480 = 0 \iff x = \frac{480}{12} = 40$ (aide au calcul : $480 = 40 \times 12$) ; $x - 10 = 0 \iff x = 10$. Les deux coefficients de x (12 et 1) sont positifs : chaque facteur est négatif avant sa racine et positif après.

x	$-\infty$	10	40	$+\infty$	
$12x - 480$	—	—	0	+	
$x - 10$	—	0	+	+	
$f(x)$	+	0	—	0	+

RÉPONSE

$f(x) > 0$ sur $] -\infty ; 10[\cup] 40 ; +\infty[$, $f(x) < 0$ sur $] 10 ; 40[$, et f s'annule en 10 et en 40.

Partie B — Bénéfice de l'usine

RAPPEL

$B(x) = 4x^3 - 300x^2 + 4\,800x - 10\,000$ pour $x \in [0 ; 18]$, où x est le nombre de tracteurs vendus par mois et $B(x)$ le bénéfice en **centaines d'euros**.

1. Calcul de $B(0)$

$$B(0) = 4 \times 0 - 300 \times 0 + 4\,800 \times 0 - 10\,000 = -10\,000.$$

RÉPONSE

$B(0) = -10\,000$: si l'usine ne vend aucun tracteur dans le mois, elle subit une perte de 10 000 centaines d'euros, soit 1 000 000 €.

2. Interprétation de $B(18) = 2\,528$

RÉPONSE

Lorsque l'usine vend 18 tracteurs dans le mois, elle réalise un bénéfice de 2 528 centaines d'euros, soit 252 800 €.

3.a. Calcul de $B'(x)$ et démonstration de $B'(x) = f(x)$

MÉTHODE

On dérive terme à terme avec $(x^3)' = 3x^2$, $(x^2)' = 2x$, $(x)' = 1$ et $(\text{constante})' = 0$. Pour montrer l'égalité, on développe $f(x)$ et on compare.

Pour tout réel x de $[0 ; 18]$:

$$B'(x) = 4 \times 3x^2 - 300 \times 2x + 4\,800 = 12x^2 - 600x + 4\,800.$$

D'autre part :

$$f(x) = (12x - 480)(x - 10) = 12x^2 - 120x - 480x + 4\,800 = 12x^2 - 600x + 4\,800.$$

RÉPONSE

Pour tout réel x de $[0 ; 18]$: $B'(x) = 12x^2 - 600x + 4\,800 = f(x)$.

3.b. Tableau de variations de B sur $[0 ; 18]$

MÉTHODE

Le signe de $B'(x) = f(x)$ se lit dans le tableau de la partie A, restreint à l'intervalle $[0 ; 18]$: seule la racine 10 s'y trouve ($40 > 18$). On calcule ensuite $B(10) = 4\,000 - 30\,000 + 48\,000 - 10\,000 = 12\,000$.

x	0	10	18
$B'(x)$	+	0	−
B	−10 000	12 000	2 528

RÉPONSE

B est croissante sur $[0 ; 10]$ et décroissante sur $[10 ; 18]$.

3.c. Bénéfice maximal

RÉPONSE

D'après le tableau de variations, B atteint son maximum pour $x = 10$: l'entreprise doit produire et vendre **10 tracteurs** par mois. Le bénéfice maximal est alors $B(10) = 12\,000$ centaines d'euros, soit **1 200 000 €**.

Deuxième partie — Exercice 3 — Vrai ou faux

(4 pts)

RAPPEL

Pour chaque affirmation, on indique si elle est vraie ou fausse en justifiant.

1. Suite arithmétique de raison 5 avec $u_5 = 10$: a-t-on $u_7 = 250$?

MÉTHODE

Dans une suite arithmétique de raison r , on passe d'un terme au suivant en *ajoutant* r : $u_7 = u_5 + 2r$.

$$u_6 = u_5 + 5 = 15, \quad u_7 = u_6 + 5 = 20.$$

RÉPONSE

L'affirmation est **FAUSSE** : $u_7 = 20$. (La valeur $250 = 10 \times 5^2$ correspondrait à une suite *géométrique* de raison 5.)

2. La suite définie par $u_n = 2n^2 + 1$ est-elle géométrique ?

MÉTHODE

Si une suite est géométrique, le quotient de deux termes consécutifs est toujours le même (la raison). Pour montrer qu'elle ne l'est pas, il suffit de trouver deux quotients différents.

On calcule les premiers termes : $u_0 = 1$, $u_1 = 3$, $u_2 = 9$, $u_3 = 19$. Alors

$$\frac{u_1}{u_0} = 3, \quad \frac{u_2}{u_1} = 3, \quad \text{mais} \quad \frac{u_3}{u_2} = \frac{19}{9} \neq 3.$$

RÉPONSE

L'affirmation est **FAUSSE** : la suite (u_n) n'est pas géométrique. Attention, les trois premiers termes 1, 3, 9 *semblent* former une suite géométrique de raison 3 : il faut aller jusqu'à u_3 pour conclure.

3. Tangente à la courbe de $f(x) = 5x^2 - 2x + 3$ au point d'abscisse 1

MÉTHODE

L'équation de la tangente au point d'abscisse a est $y = f'(a)(x - a) + f(a)$.

$f(1) = 5 - 2 + 3 = 6$; $f'(x) = 10x - 2$, donc $f'(1) = 8$. La tangente a pour équation

$$y = 8(x - 1) + 6 = 8x - 8 + 6 = 8x - 2.$$

RÉPONSE

L'affirmation est **VRAIE** : la tangente au point d'abscisse 1 a pour équation $y = 8x - 2$.

4. Relation de récurrence pour le nombre de truites

MÉTHODE

Une diminution de 15 % correspond au coefficient multiplicateur $1 - \frac{15}{100} = 0,85$, et non 0,15.

Chaque année, il reste 85 % des truites de l'année précédente, auxquelles on ajoute les 100 truites réintroduites : pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,85 u_n + 100$.

RÉPONSE

L'affirmation est **FAUSSE** : la bonne relation est $u_{n+1} = 0,85 u_n + 100$ (avec 0,15 u_n , on ne garderait que 15 % des truites).