

Corrigé

Épreuve anticipée de mathématiques — Première générale Polynésie française – Sujet de remplacement 2026

Baccalauréat Général — Session 2026 — avec enseignement de spécialité (26-MATSPEGEPO3)

Première partie — Automatismes (QCM)

(6 pts)

RAPPEL

Une seule réponse est correcte par question ; aucune justification n'est exigée le jour de l'épreuve. Les justifications ci-dessous sont fournies à titre pédagogique. Une réponse fausse ou une absence de réponse n'enlève aucun point : il ne faut donc jamais laisser une question sans réponse.

Question 1

Réponse D

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul :

$$(2x - 6)(x + 4) = 0 \iff 2x - 6 = 0 \text{ ou } x + 4 = 0 \iff x = 3 \text{ ou } x = -4.$$

D'où $S = \{-4; 3\}$.

Question 2

Réponse B

Le dé est équilibré : chacune des 6 faces a la même probabilité. Les issues strictement supérieures à 4 sont 5 et 6, soit 2 issues favorables :

$$P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

Question 3

Réponse C

On applique $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ avec $3 = 3^1$:

$$\frac{3}{3^5} = 3^{1-5} = 3^{-4}.$$

Les autres égalités sont fausses : $3^{-5} \times 6^{-5} = 18^{-5}$ (et non 18^{-10}), $(3^{-5})^2 = 3^{-10}$ (et non 3^{-3}), et $\frac{3^{-2}}{3^8} = 3^{-10}$ (et non 3^{-6}).

Question 4

Réponse D

La droite D_4 passe par les points $(-1; 0)$ et $(0; 1)$: son ordonnée à l'origine est $b = 1$ et son coefficient directeur vaut $a = \frac{1-0}{0-(-1)} = 1$. Son équation réduite est donc $y = x + 1$.

Les trois autres affirmations sont fausses : D_1 est *verticale* et a pour équation $x = 3$; D_2 est décroissante, son coefficient directeur est -1 ; D_3 est *horizontale*, son coefficient directeur est 0 (c'est son équation qui est $y = 3$).

Question 5

Réponse B

Un point appartient à $\mathcal{C}_f$ lorsque son ordonnée est l'image de son abscisse. Pour $H(-3; 28)$:

$$f(-3) = 2 \times (-3)^2 - 3 \times (-3) + 1 = 18 + 9 + 1 = 28.$$

On a bien $f(-3) = 28$: le point H appartient à $\mathcal{C}_f$.

Question 6

Réponse B

On réduit d'abord la parenthèse au même dénominateur :

$$E = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) \times \frac{2}{5} = \left(\frac{3}{6} + \frac{2}{6} \right) \times \frac{2}{5} = \frac{5}{6} \times \frac{2}{5} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}.$$

Question 7

Réponse C

Une hausse de 10 % correspond au coefficient multiplicateur 1,10 et une baisse de 20 % au coefficient 0,80. Le coefficient multiplicateur global est le *produit* des deux :

$$1,10 \times 0,80 = 0,88.$$

Or $0,88 = 1 - 0,12$: le prix a subi une **baisse de 12 %**.

Question 8

Réponse C

On part de $g = \frac{G m}{r^2}$ et on isole r (toutes les grandeurs sont strictement positives) :

$$g = \frac{G m}{r^2} \iff r^2 g = G m \iff r^2 = \frac{G m}{g} \iff r = \sqrt{\frac{G m}{g}}.$$

Deuxième partie — Exercice 1 — Pièce et urnes

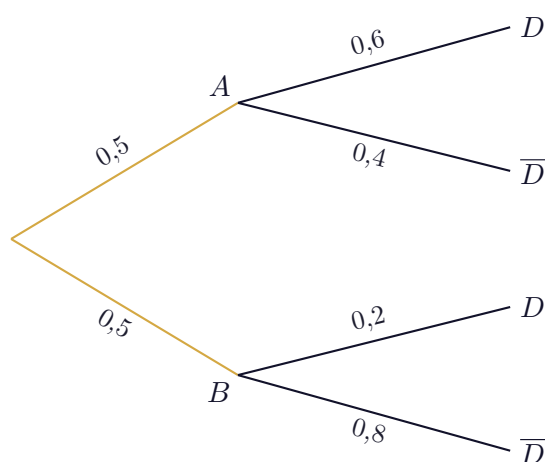
(4 pts)

RAPPEL

La pièce est équilibrée : $P(A) = P(B) = 0,5$. Dans l'urne A , 60 % de jetons dorés : $P_A(D) = 0,6$. Dans l'urne B , 80 % de jetons argentés : $P_B(\overline{D}) = 0,8$.

1. Arbre pondéré**MÉTHODE**

Le premier niveau de l'arbre traduit le lancer de la pièce (A ou B), le second le tirage du jeton (D ou $\overline{D}$). Les probabilités du second niveau sont *conditionnelles*. La somme des probabilités des branches issues d'un même nœud vaut toujours 1 : on en déduit $P_A(\overline{D}) = 1 - 0,6 = 0,4$ et $P_B(D) = 1 - 0,8 = 0,2$.

**2. Calcul et interprétation de $P(A \cap D)$** **MÉTHODE**

La probabilité d'un chemin de l'arbre est le *produit* des probabilités rencontrées le long de ce chemin : $P(A \cap D) = P(A) \times P_A(D)$.

$$P(A \cap D) = P(A) \times P_A(D) = 0,5 \times 0,6 = 0,3.$$

RÉPONSE

$P(A \cap D) = 0,3$: il y a 30 % de chances que le joueur obtienne **pile** (il pioche alors dans l'urne A) **et** qu'il tire un jeton doré.

3. Démonstration de $P(D) = 0,4$ **MÉTHODE**

A et B forment une partition de l'univers (le joueur pioche dans l'une ou l'autre des urnes, jamais les deux). D'après la formule des probabilités totales : $P(D) = P(A \cap D) + P(B \cap D)$.

$$P(D) = P(A) \times P_A(D) + P(B) \times P_B(D) = 0,5 \times 0,6 + 0,5 \times 0,2 = 0,3 + 0,1 = 0,4.$$

RÉPONSE

On a bien $P(D) = 0,4$: le joueur a 40 % de chances d'obtenir un jeton doré.

4. Probabilité d'avoir pioché dans l'urne B sachant que le jeton est doré**MÉTHODE**

La question demande une probabilité *conditionnelle* $P_D(B)$: l'information (le jeton est doré) devient la condition. On utilise $P_D(B) = \frac{P(B \cap D)}{P(D)}$.

On a $P(B \cap D) = P(B) \times P_B(D) = 0,5 \times 0,2 = 0,1$, et $P(D) = 0,4$ d'après la question précédente :

$$P_D(B) = \frac{P(B \cap D)}{P(D)} = \frac{0,1}{0,4} = 0,25.$$

RÉPONSE

Sachant que le jeton obtenu est doré, la probabilité qu'il ait été pioché dans l'urne B est égale à **0,25**, soit une chance sur quatre.

Deuxième partie — Exercice 2 — Concentration d'un médicament

(5 pts)

RAPPEL

$f(t) = (t^2 + t + 1)e^{-t}$ pour $t \in [0; 13]$, où t est le nombre d'heures écoulées depuis l'injection et $f(t)$ la concentration du médicament dans le sang, en $\text{g} \cdot \text{L}^{-1}$.

1. Calcul et interprétation de $f(0)$

$$f(0) = (0^2 + 0 + 1)e^0 = 1 \times 1 = 1.$$

RÉPONSE

$f(0) = 1$: au moment de l'injection, la concentration du médicament dans le sang est de $1 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$.

2.a. Justification de $f'(t) = t(-t + 1)e^{-t}$ **MÉTHODE**

f est un produit $u \times v$ avec $u(t) = t^2 + t + 1$ et $v(t) = e^{-t}$. On utilise $(uv)' = u'v + uv'$, en se souvenant que la dérivée de $t \mapsto e^{-t}$ est $t \mapsto -e^{-t}$.

On pose, pour tout t de $[0; 13]$:

$$u(t) = t^2 + t + 1, \quad u'(t) = 2t + 1, \quad v(t) = e^{-t}, \quad v'(t) = -e^{-t}.$$

La fonction f est dérivable sur $[0; 13]$ comme produit de fonctions dérivables, et :

$$f'(t) = (2t + 1)e^{-t} + (t^2 + t + 1) \times (-e^{-t}) = e^{-t} \left[(2t + 1) - (t^2 + t + 1) \right].$$

On réduit le crochet :

$$(2t + 1) - t^2 - t - 1 = -t^2 + t = t(-t + 1).$$

RÉPONSE

Pour tout réel t de $[0; 13]$: $f'(t) = t(-t + 1)e^{-t}$.

2.b. Signe de $t(-t + 1)$ sur $[0; 13]$ **MÉTHODE**

Il s'agit d'un produit de deux facteurs du premier degré : on étudie le signe de chacun, puis on applique la règle des signes dans un tableau. Le facteur t s'annule en 0 ; le facteur $-t + 1$ s'annule en 1 et, son coefficient directeur étant négatif, il est positif *avant* 1 et négatif *après*.

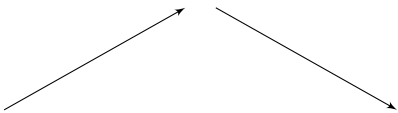
t	0	1	13
t	0	+	+
$-t + 1$	+	0	-
$t(-t + 1)$	0	+	-

RÉPONSE

Sur $[0 ; 13]$, $t(-t + 1)$ est **positif** sur $[0 ; 1]$ (en s'annulant en 0 et en 1) et **négatif** sur $[1 ; 13]$.

2.c. Tableau de variations de f sur $[0 ; 13]$

Pour tout réel t , $e^{-t} > 0$: le signe de $f'(t)$ est donc exactement celui de $t(-t + 1)$, déterminé à la question précédente.

t	0		1		13
$f'(t)$	0	+	0	-	
f					

RÉPONSE

f est **croissante** sur $[0 ; 1]$ puis **décroissante** sur $[1 ; 13]$: la concentration augmente pendant la première heure, atteint son maximum au bout d'une heure, puis décroît jusqu'à la fin de la période observée.

3. Durée maximale d'activité du médicament

MÉTHODE

Le médicament reste actif tant que $f(t) \geq 0,1$. Comme f est décroissante après $t = 1$, on repère dans le tableau de valeurs la dernière valeur entière pour laquelle la concentration est encore supérieure ou égale à 0,1.

t	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$f(t)$	0,647	0,385	0,209	0,107	0,052	0,025	0,011	0,005	0,002	0,001	0

Le tableau donne $f(6) = 0,107 \geq 0,1$ alors que $f(7) = 0,052 < 0,1$.

RÉPONSE

Le nombre d'heures maximal pendant lequel le médicament reste actif est $t_0 = 6$ heures : la nouvelle injection doit être pratiquée au bout de 6 heures.

Deuxième partie — Exercice 3 — Donateurs d'une association

(5 pts)

RAPPEL

Chaque année, 80 % des donateurs de l'année précédente renouvellent leur don et 300 nouveaux donateurs s'ajoutent. u_n désigne le nombre de donateurs de l'année 2025 + n , avec $u_0 = 1\,000$.

Partie A

1.a. Nombre de donateurs prévu en 2026

Parmi les 1 000 donateurs de 2025, 80 % renouvellent leur don, soit $1\,000 \times 0,8 = 800$ donateurs ; il s'y ajoute 300 nouveaux donateurs :

$$u_1 = 800 + 300 = 1\,100.$$

RÉPONSE

En 2026, l'association comptera $u_1 = 1\,100$ donateurs.

1.b. Justification de la relation de récurrence

RÉPONSE

D'une année à la suivante, on conserve 80 % des donateurs (on multiplie donc par 0,8) et on ajoute les 300 nouveaux donateurs. Pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = 0,8u_n + 300.$$

2. Interprétation de $u_5 \approx 1\,336$

MÉTHODE

L'indice n correspond à l'année 2025 + n : u_5 concerne donc l'année 2025 + 5 = 2030.

RÉPONSE

D'après ce modèle, l'association comptera environ 1 336 donateurs en **2030**.

3. Interprétation du script Python

```
u = 1000
i = 0
while u <= 1400 :
    u = 0.8 * u + 300
    i = i + 1
```

MÉTHODE

La boucle `while` calcule les termes successifs de la suite *tant que* le nombre de donateurs reste inférieur ou égal à 1 400, en comptant les étapes dans `i`. À la sortie de la boucle, `u` a dépassé 1 400 pour la première fois et `i` contient le rang correspondant.

En effet $u_7 \approx 1\,395 \leq 1\,400$ et $u_8 \approx 1\,416 > 1\,400$: la boucle s'arrête bien pour $i = 8$.

RÉPONSE

$i = 8$ signifie que $n = 8$ est le plus petit rang pour lequel $u_n > 1\,400$: c'est en 2025 + 8 = **2033** que le nombre de donateurs dépassera pour la première fois 1 400.

Partie B**RAPPEL**

Pour tout entier naturel n : $v_n = u_n - 1\,500$.

1. La suite (v_n) est géométrique**MÉTHODE**

Pour prouver qu'une suite est géométrique, on exprime v_{n+1} en fonction de v_n et on fait apparaître un facteur constant. On part donc de la définition de v_{n+1} , puis on remplace u_{n+1} par $0,8 u_n + 300$.

Soit n un entier naturel :

$$v_{n+1} = u_{n+1} - 1\,500 = (0,8 u_n + 300) - 1\,500 = 0,8 u_n - 1\,200.$$

Comme $1\,200 = 0,8 \times 1\,500$ (aide au calcul), on peut factoriser par $0,8$:

$$v_{n+1} = 0,8 u_n - 0,8 \times 1\,500 = 0,8 (u_n - 1\,500) = 0,8 v_n.$$

Enfin $v_0 = u_0 - 1\,500 = 1\,000 - 1\,500 = -500$.

RÉPONSE

(v_n) est une suite **géométrique** de raison $q = 0,8$ et de premier terme $v_0 = -500$.

2.a. Expression de v_n en fonction de n **MÉTHODE**

Pour une suite géométrique de premier terme v_0 et de raison q : $v_n = v_0 \times q^n$.

RÉPONSE

Pour tout entier naturel n : $v_n = -500 \times 0,8^n$.

2.b. Expression de u_n en fonction de n

De $v_n = u_n - 1\,500$ on tire $u_n = v_n + 1\,500$, d'où :

$$u_n = -500 \times 0,8^n + 1\,500.$$

RÉPONSE

Pour tout entier naturel n : $u_n = 1\,500 - 500 \times 0,8^n$.