Corrigé

Épreuve anticipée d'enseignement de spécialité — Mathématiques
Polynésie – 12 juin 2026
Baccalauréat Général — Session 2026 — Voie générale, spécialité

Première partie — Automatismes (QCM)

(6 pts)

RAPPEL
Une seule réponse est correcte par question ; aucune justification n'est exigée le jour de l'épreuve. Les justifications ci-dessous sont fournies à titre pédagogique.

Question 1 — **Réponse b**

Augmenter de $30\,\%$ revient à multiplier par $1 + \dfrac{30}{100} = 1{,}30$:

$$40 \times 1{,}30 = 52.$$

L'article coûte 52 €.

Question 2 — **Réponse d**

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul :

$$(-0{,}5x+3)(-5x-4)=0 \iff -0{,}5x+3=0 \text{ ou } -5x-4=0 \iff x=6 \text{ ou } x=-\frac{4}{5}.$$

Les solutions sont 6 et $-0{,}8$.

Question 3 — **Réponse c**

Si 8 joueurs représentent $20\,\%$ de l'effectif N, alors $0{,}20\,N = 8$:

$$N = \frac{8}{0{,}20} = 40.$$

Question 4 — **Réponse b**

On isole v dans $E_C = \dfrac{1}{2}\,m\,v^2$ (avec $v > 0$) :

$$v^2 = \frac{2\,E_C}{m} \iff v = \sqrt{\frac{2\,E_C}{m}}.$$

Question 5 — **Réponse a**

Pour $x > 0$, on peut multiplier par x sans changer le sens : $\dfrac{1}{x} \geqslant 2 \iff 1 \geqslant 2x \iff x \leqslant \dfrac{1}{2}$, d'où $x \in \left]0\,;\tfrac{1}{2}\right]$. Pour $x < 0$, $\dfrac{1}{x} < 0 < 2$: aucune solution. Donc $S = \left]0\,;\dfrac{1}{2}\right]$.

Question 6 — **Réponse b**

On regroupe les puissances de 2 : $2^9 = 2^2 \times 2^7 = 4 \times 2^7$, puis

$$2^9 \times 5^7 = 4 \times 2^7 \times 5^7 = 4 \times (2\times 5)^7 = 4 \times 10^7.$$

Question 7 **Réponse d**

La droite (d) coupe l'axe des ordonnées en $5{,}2$ (ordonnée à l'origine) et descend : elle passe par exemple par $(0\,;5{,}2)$ et $(9\,;-0{,}2)$, soit un coefficient directeur $\dfrac{-0{,}2-5{,}2}{9-0}=\dfrac{-5{,}4}{9}=-0{,}6$. Son équation est $y=-0{,}6x+5{,}2$.

Question 8 **Réponse b**

On reconnaît une différence de deux carrés, $16x^2=(4x)^2$:

$$16x^2-(x+1)^2=\big(4x-(x+1)\big)\big(4x+(x+1)\big)=(3x-1)(5x+1).$$

Deuxième partie — Exercice 1 — Probabilités et suite géométrique

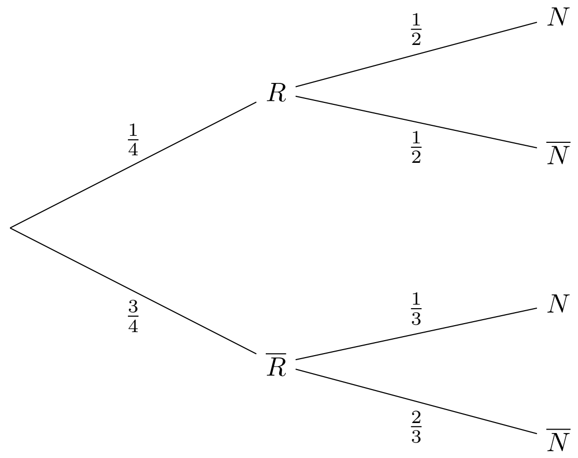
(8 pts)

Partie A — Probabilités

RAPPEL

R : « le client participe à la randonnée » ; N : « le client participe aux activités nautiques ». On a $P(R) = \frac{1}{4}$, donc $P(\overline{R}) = \frac{3}{4}$. De plus $P_R(N) = \frac{1}{2}$ et $P_{\overline{R}}(N) = \frac{1}{3}$.

1. Arbre pondéré complété



2. Montrer que $P(N) = \frac{3}{8}$

MÉTHODE

R et $\overline{R}$ forment une partition de l'univers : d'après la formule des probabilités totales, $P(N) = P(R \cap N) + P(\overline{R} \cap N)$.

$$P(N) = P(R) \times P_R(N) + P(\overline{R}) \times P_{\overline{R}}(N) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{1}{8} + \frac{2}{8} = \frac{3}{8}.$$

RÉPONSE

$P(N) = \frac{3}{8}$.

3. Probabilité que le client ait fait la randonnée sachant qu'il a fait du nautique

On calcule la probabilité conditionnelle $P_N(R)$:

$$P_N(R) = \frac{P(R \cap N)}{P(N)} = \frac{\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}}{\frac{3}{8}} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{3}{8}} = \frac{1}{3}.$$

RÉPONSE

Sachant qu'il a participé aux activités nautiques, la probabilité que le client ait fait la randonnée est $P_N(R) = \frac{1}{3}$.

4. Les événements R et N sont-ils indépendants ?

MÉTHODE

R et N sont indépendants si et seulement si $P(R\cap N) = P(R)\times P(N)$.

$$P(R\cap N) = \frac{1}{8} = \frac{4}{32}, \qquad P(R)\times P(N) = \frac{1}{4}\times\frac{3}{8} = \frac{3}{32}.$$

RÉPONSE

Comme $P(R\cap N) = \frac{4}{32} \neq \frac{3}{32} = P(R)\times P(N)$, les événements R et N ne sont **pas indépendants**.

Partie B — Suite (u_n)

RAPPEL

$u_0 = 400$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 1{,}025\,u_n$, où u_n est le nombre de clients pour l'année $2025+n$.

1. Nature de la suite (u_n)

RÉPONSE

On multiplie toujours par le même nombre d'un terme au suivant : (u_n) est une suite **géométrique** de raison $q = 1{,}025$ et de premier terme $u_0 = 400$.

2. Taux d'évolution annuel

Multiplier par $1{,}025 = 1 + \frac{2{,}5}{100}$ correspond à une hausse de $2{,}5\,\%$.

RÉPONSE

Le taux d'évolution annuel de la fréquentation est de $+2{,}5\,\%$.

3.a. Fonction `seuil` complétée

MÉTHODE

On part de $u = u_0 = 400$ et $n = 0$. Tant que u reste *strictement inférieur* au seuil k, on passe au terme suivant ($u \leftarrow 1{,}025\,u$) en incrémentant n. À la sortie, $u \geqslant k$ et n est le plus petit rang tel que $u_n \geqslant k$.

```python
def seuil(k):
    u = 400
    n = 0
    while u < k:
        n = n + 1
        u = 1.025 * u
    return n
```

3.b. Valeur de `seuil(600)` et interprétation

MÉTHODE

On cherche le plus petit n tel que $u_n = 400\times 1{,}025^n \geqslant 600$, c'est-à-dire $1{,}025^n \geqslant \frac{600}{400} = 1{,}5$ (aide aux calculs : $400\times 1{,}5 = 600$). On lit la première valeur du tableau qui atteint $1{,}5$.

D'après le tableau, $1{,}025^{16} \approx 1{,}48 < 1{,}5$ et $1{,}025^{17} \approx 1{,}52 \geqslant 1{,}5$. Le plus petit rang convenable est donc $n = 17$:

$$u_{17} = 400\times 1{,}025^{17} \approx 608 \geqslant 600.$$

RÉPONSE

`seuil(600)` $= 17$. Selon ce modèle, c'est en $2025 + 17 = \mathbf{2042}$ que la fréquentation du club atteint (et dépasse) 600 clients.

Deuxième partie — Exercice 2 — Fonction exponentielle et raccordement

(6 pts)

Partie A — Étude de f

RAPPEL

$f(x) = \left(\frac{1}{2}x + 1\right) \mathrm{e}^{-x}$ sur $\mathbb{R}$, dérivable sur $\mathbb{R}$.

1. Démontrer que $f'(x) = \left(-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\right) \mathrm{e}^{-x}$

MÉTHODE

On dérive un produit : $(uv)' = u'v + uv'$, avec $u(x) = \frac{1}{2}x + 1$ et $v(x) = \mathrm{e}^{-x}$, donc $u'(x) = \frac{1}{2}$ et $v'(x) = -\mathrm{e}^{-x}$.

Pour tout réel x :

$$f'(x) = \frac{1}{2}\mathrm{e}^{-x} + \left(\frac{1}{2}x + 1\right)\left(-\mathrm{e}^{-x}\right) = \mathrm{e}^{-x}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}x - 1\right) = \left(-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\right)\mathrm{e}^{-x}.$$

2. Variations de f sur $\mathbb{R}$

Comme $\mathrm{e}^{-x} > 0$ pour tout réel x, le signe de $f'(x)$ est celui de $-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$:

$$-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \geqslant 0 \iff -\frac{1}{2}x \geqslant \frac{1}{2} \iff x \leqslant -1.$$

Donc f' est positive sur $]-\infty\,;-1]$ et négative sur $[-1\,;+\infty[$. On en déduit le tableau de variations, avec $f(-1) = \left(-\frac{1}{2} + 1\right)\mathrm{e}^{1} = \frac{\mathrm{e}}{2}$:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{\mathrm{e}}{2}$	$\searrow$	0^+

RÉPONSE

f est croissante sur $]-\infty\,;-1]$ puis décroissante sur $[-1\,;+\infty[$; elle admet un maximum en $x = -1$, égal à $f(-1) = \frac{\mathrm{e}}{2}$.

3. Affirmation : « pour tout réel x, $f(x) \leqslant 2$ »

MÉTHODE

La fonction admet pour maximum sa plus grande valeur, atteinte en $x = -1$. Il suffit de comparer ce maximum à 2.

Le maximum de f sur $\mathbb{R}$ est $f(-1) = \frac{e}{2}$. Avec l'aide aux calculs $e \approx 2{,}7$:

$$f(-1) = \frac{e}{2} \approx \frac{2{,}7}{2} = 1{,}35 \leqslant 2.$$

Puisque $f(x) \leqslant f(-1)$ pour tout réel x, on a bien $f(x) \leqslant 2$ partout.

RÉPONSE

L'affirmation est **VRAIE** : pour tout réel x, $f(x) \leqslant \frac{e}{2} \approx 1{,}35 \leqslant 2$.

4. Équation réduite de la tangente à $(\mathcal{C}_f)$ au point d'abscisse 0

MÉTHODE

Équation de la tangente au point d'abscisse a : $y = f'(a)(x-a) + f(a)$.

En $a = 0$:

$$f(0) = (0+1)e^0 = 1, \qquad f'(0) = \left(-\frac{1}{2} \times 0 - \frac{1}{2}\right) e^0 = -\frac{1}{2}.$$

La tangente a pour équation $y = f'(0)(x-0) + f(0)$, soit :

RÉPONSE

La tangente à $(\mathcal{C}_f)$ au point d'abscisse 0 a pour équation $y = -\frac{1}{2}x + 1$.

Partie B — Détermination de b et c

RAPPEL

$g(x) = 0{,}5x^2 + bx + c$. Le point $\mathrm{M}(0\,;1)$ appartient à $(\mathcal{C}_f)$ et à $(\mathcal{C}_g)$, et les deux courbes y admettent la même tangente.

1. Démontrer que $c = 1$

Le point $\mathrm{M}(0\,;1)$ appartient à $(\mathcal{C}_g)$, donc $g(0) = 1$:

$$g(0) = 0{,}5 \times 0^2 + b \times 0 + c = c = 1.$$

RÉPONSE

$c = 1$.

2. Déterminer la valeur de b

MÉTHODE

« Même tangente en M » impose l'égalité des nombres dérivés en 0 : $g'(0) = f'(0)$.

g est dérivable sur $\mathbb{R}$ avec $g'(x) = x + b$, donc $g'(0) = b$. Or $f'(0) = -\frac{1}{2}$, d'où :

$$g'(0) = f'(0) \iff b = -\frac{1}{2}.$$

RÉPONSE

$b = -\frac{1}{2}$ (et $c = 1$), soit $g(x) = 0{,}5x^2 - \frac{1}{2}x + 1$.

Corrigé réalisé par Pierre Carrée – pierre-carree.fr –Document à usage pédagogique uniquement