

# Corrigé

## Épreuve anticipée de mathématiques — Première générale Métropole – Session de septembre 2026 – Sujet 1

Baccalauréat Général — Session 2026 — avec enseignement de spécialité (26-MATSPEGEME3)

### Première partie — Automatismes (QCM)

(6 pts)

#### RAPPEL

Une seule réponse est correcte par question ; aucune justification n'est exigée le jour de l'épreuve. Les justifications ci-dessous sont fournies à titre pédagogique. Une réponse fausse ou une absence de réponse n'enlève aucun point : il ne faut donc jamais laisser une question sans réponse.

#### Question 1

Réponse C

Baisser de 3 % revient à multiplier par le coefficient multiplicateur  $1 - \frac{3}{100} = 0,97$ . Le nouveau prix est donc  $0,97 \times P$ .

Les autres propositions sont fausses : diviser par 1,03 annule une hausse de 3 % (ce n'est pas une baisse de 3 %) ;  $\frac{P}{0,70}$  correspond à une hausse d'environ 43 % ;  $P - 0,97$  retire une somme fixe, pas un pourcentage.

#### Question 2

Réponse D

On applique l'identité remarquable  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$  avec  $a = 3x$  et  $b = 1$  :

$$(3x - 1)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 1 + 1^2 = 9x^2 - 6x + 1.$$

L'erreur classique  $9x^2 + 1$  oublie le double produit ;  $3x^2 - 6x + 1$  oublie d'élever le coefficient 3 au carré.

#### Question 3

Réponse C

$f(x) = -5(x - 1)(x + 3)$  est une fonction polynôme du second degré :

- ses racines sont 1 et -3 (produit nul) : la parabole coupe l'axe des abscisses en  $x = -3$  et  $x = 1$  ;
- le coefficient de  $x^2$  vaut  $-5 < 0$  : la parabole est tournée vers le bas ;
- $f(0) = -5 \times (-1) \times 3 = 15$  : elle coupe l'axe des ordonnées en 15.

Seul le graphique C réunit ces trois caractéristiques. Le graphique A a les bonnes racines mais est tourné vers le haut (c'est la courbe de  $-f$ ) ; le graphique B n'est pas une parabole (trois points d'intersection avec l'axe des abscisses) ; le graphique D est tourné vers le bas mais coupe l'axe des abscisses en -1 et 3.

#### Question 4

Réponse B

Pour comparer deux fractions, on les réduit au même dénominateur :

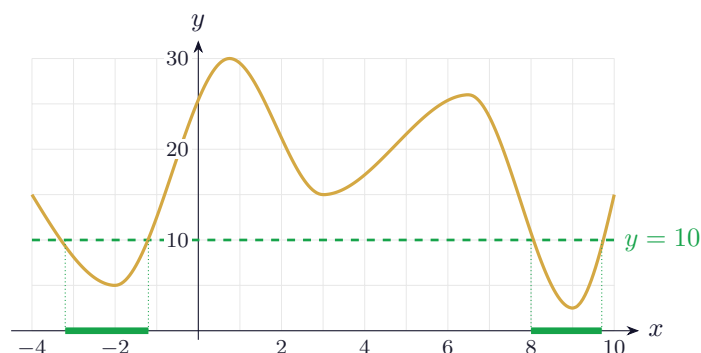
$$\frac{7}{9} = \frac{49}{63} \quad \text{et} \quad \frac{5}{7} = \frac{45}{63}, \quad \text{donc} \quad \frac{7}{9} > \frac{5}{7}.$$

Les trois autres propositions sont fausses :  $\frac{3}{4} + \frac{1}{6} = \frac{9}{12} + \frac{2}{12} = \frac{11}{12} < 1$  ;  $\frac{5}{3} > 1 > \frac{3}{5}$  ;  $\frac{5}{8} - \frac{1}{4} = \frac{5}{8} - \frac{2}{8} = \frac{3}{8} < \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ .

#### Question 5

Réponse C

Les solutions de  $f(x) \leq 10$  sont les abscisses des points de  $\mathcal{C}$  situés *sur ou sous* la droite horizontale d'équation  $y = 10$ .



La courbe passe sous la droite  $y = 10$  entre  $x \approx -3,2$  et  $x \approx -1,2$  (creux autour de  $x = -2$ ), puis entre  $x \approx 8$  et  $x \approx 9,7$  (creux autour de  $x = 9$ ). Le creux situé vers  $x = 3$  reste au-dessus de 10 (ordonnée 15). D'où  $S = [-3,2; -1,2] \cup [8; 9,7]$ .

Les autres propositions sont fausses : A et B contiennent des valeurs comme  $x = 0$  ou  $x = -4$  où  $f(x) > 10$  ; D est un ensemble de quatre nombres isolés, qui ressemble aux solutions de l'équation  $f(x) = 10$  ; or les solutions d'une inéquation de ce type forment des intervalles.

#### Question 6

Réponse C

Dans une moyenne pondérée, on divise la somme des produits note  $\times$  coefficient par la somme des coefficients, ici  $1 + 1 + 1 + 2 = 5$  :

$$\frac{12 + 10 + 14 + 2x}{5} = 14 \iff 36 + 2x = 70 \iff 2x = 34 \iff x = 17.$$

#### Question 7

Réponse A

On applique  $(a^m)^n = a^{mn}$  puis  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$  :

$$\frac{(a^5)^2}{a^{-10}} = \frac{a^{10}}{a^{-10}} = a^{10-(-10)} = a^{20}.$$

Le piège : soustraire un exposant négatif revient à *ajouter* ; on n'obtient ni  $a^0 = 1$ , ni 0.

#### Question 8

Réponse A

La droite passe par  $(0; -5)$  : son ordonnée à l'origine est  $b = -5$ . Son coefficient directeur vaut

$$a = \frac{0 - (-5)}{15 - 0} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}.$$

Une équation de la droite est donc  $y = \frac{1}{3}x - 5$ . Les réponses B et D donnent une ordonnée à l'origine égale à 5 ; la réponse C inverse le quotient  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  (avec  $a = 3$ , le point  $(15; 0)$  donnerait  $y = 40$ ).

## Deuxième partie — Exercice 1 — Patients d'un médecin

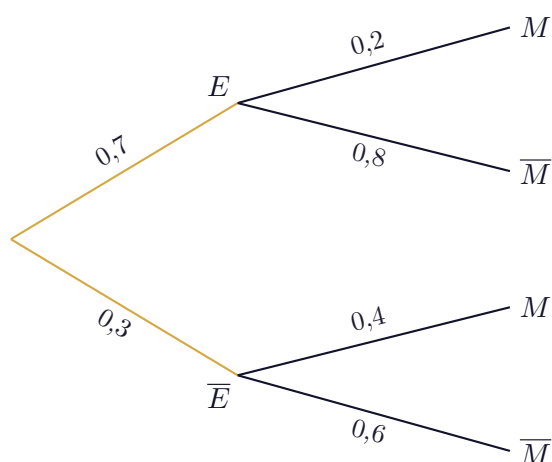
(5 pts)

**RAPPEL**

$E$  : « le patient est un enfant » ;  $M$  : « le médecin prescrit des médicaments ». On a  $P(E) = 0,7$ ,  $P_E(M) = 0,2$  et  $P_{\bar{E}}(M) = 0,4$ .

**1. Arbre pondéré****MÉTHODE**

Le premier niveau traduit le type de patient, le second la prescription ; les probabilités du second niveau sont conditionnelles. La somme des probabilités issues d'un même nœud vaut 1 :  $P(\bar{E}) = 1 - 0,7 = 0,3$ ,  $P_E(\bar{M}) = 1 - 0,2 = 0,8$  et  $P_{\bar{E}}(\bar{M}) = 1 - 0,4 = 0,6$ .

**2. Calcul et interprétation de  $P(\bar{E} \cap M)$** **MÉTHODE**

La probabilité d'un chemin de l'arbre est le produit des probabilités rencontrées le long de ce chemin :  $P(\bar{E} \cap M) = P(\bar{E}) \times P_{\bar{E}}(M)$ .

$$P(\bar{E} \cap M) = 0,3 \times 0,4 = 0,12.$$

**RÉPONSE**

$P(\bar{E} \cap M) = 0,12$  : la probabilité que le patient choisi soit un **adulte** et que le médecin lui prescrive des médicaments est de 0,12 ; autrement dit, 12 % des patients sont des adultes à qui le médecin prescrit des médicaments.

**3. Démonstration de  $P(M) = 0,26$** **MÉTHODE**

$E$  et  $\bar{E}$  forment une partition de l'univers. D'après la formule des probabilités totales :  $P(M) = P(E \cap M) + P(\bar{E} \cap M)$ .

On a  $P(E \cap M) = P(E) \times P_E(M) = 0,7 \times 0,2 = 0,14$ , donc :

$$P(M) = P(E \cap M) + P(\bar{E} \cap M) = 0,14 + 0,12 = 0,26.$$

## RÉPONSE

On a bien  $P(M) = 0,26$  : le médecin prescrit des médicaments à 26 % de ses patients.

4. Indépendance de  $E$  et  $M$ 

## MÉTHODE

Deux événements  $E$  et  $M$  (avec  $P(E) \neq 0$ ) sont indépendants si et seulement si  $P(E \cap M) = P(E) \times P(M)$ , ce qui équivaut à  $P_E(M) = P(M)$ .

D'une part  $P(E \cap M) = 0,14$  ; d'autre part

$$P(E) \times P(M) = 0,7 \times 0,26 = 0,182.$$

Comme  $0,14 \neq 0,182$ , l'égalité n'est pas vérifiée. (De façon équivalente :  $P_E(M) = 0,2 \neq 0,26 = P(M)$ .)

## RÉPONSE

Les événements  $E$  et  $M$  ne sont **pas indépendants** : savoir que le patient est un enfant modifie la probabilité qu'on lui prescrive des médicaments (20 % au lieu de 26 % sur l'ensemble des patients).

## 5. Probabilité que le patient soit un enfant sachant qu'il a reçu des médicaments

## MÉTHODE

On cherche la probabilité conditionnelle « à rebours »  $P_M(E)$  : l'information connue ( $M$ ) devient la condition. On utilise  $P_M(E) = \frac{P(E \cap M)}{P(M)}$ .

$$P_M(E) = \frac{P(E \cap M)}{P(M)} = \frac{0,14}{0,26} = \frac{14}{26} = \frac{7}{13}.$$

## RÉPONSE

Sachant que le médecin a prescrit des médicaments, la probabilité que le patient soit un enfant est égale à  $\frac{7}{13}$ .

## Deuxième partie — Exercice 2 — Vrai ou faux

(5 pts)

**RAPPEL**

Pour chaque affirmation, on indique si elle est vraie ou fausse en justifiant ; une réponse non justifiée n'est pas prise en compte. Les trois questions sont indépendantes.

**1. Sens de variation de  $(v_n)$ , avec  $v_n = 3 \times \left(\frac{1}{4}\right)^n$**

**MÉTHODE**

Pour étudier le sens de variation d'une suite, on étudie le signe de  $v_{n+1} - v_n$ . Pour infirmer une affirmation, un contre-exemple suffit.

Pour tout entier naturel  $n$  :

$$v_{n+1} - v_n = 3 \times \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1} - 3 \times \left(\frac{1}{4}\right)^n = 3 \times \left(\frac{1}{4}\right)^n \times \left(\frac{1}{4} - 1\right) = -\frac{9}{4} \times \left(\frac{1}{4}\right)^n.$$

Or  $\left(\frac{1}{4}\right)^n > 0$ , donc  $v_{n+1} - v_n < 0$  : la suite est strictement décroissante. On le constate d'ailleurs sur les premiers termes :  $v_0 = 3$  et  $v_1 = \frac{3}{4} < v_0$ .

**RÉPONSE**

L'affirmation est **FAUSSE** :  $(v_n)$  est une suite géométrique de premier terme  $3 > 0$  et de raison  $\frac{1}{4} \in ]0 ; 1[$ , elle est **décroissante**.

**2. Existence d'un réel  $x$  tel que  $x(1 - x) = 4$**

**MÉTHODE**

On se ramène à une équation du second degré de la forme  $ax^2 + bx + c = 0$  et on calcule son discriminant  $\Delta = b^2 - 4ac$  : si  $\Delta < 0$ , l'équation n'a aucune solution réelle.

$$x(1 - x) = 4 \iff x - x^2 = 4 \iff -x^2 + x - 4 = 0 \iff x^2 - x + 4 = 0.$$

Discriminant :  $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times 4 = 1 - 16 = -15 < 0$ .

**RÉPONSE**

L'affirmation est **VRAIE** : comme  $\Delta < 0$ , l'équation  $x^2 - x + 4 = 0$  n'a aucune solution réelle, donc aucun réel  $x$  ne vérifie  $x(1 - x) = 4$ .

**3. Calcul du produit scalaire  $\overrightarrow{KD} \cdot \overrightarrow{KL}$**

**MÉTHODE**

On se place dans un repère orthonormé adapté à la figure, on calcule les coordonnées des points puis des vecteurs, et on utilise  $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \cdot \vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = xx' + yy'$ .

ABCD étant un rectangle, on se place dans le repère orthonormé d'origine A, dont l'axe des abscisses est dirigé par  $\overrightarrow{AB}$  et l'axe des ordonnées par  $\overrightarrow{AD}$  (unité : la longueur 1). Alors  $A(0; 0)$ ,  $B(4; 0)$ ,  $C(4; 3)$  et  $D(0; 3)$ .

- $\overrightarrow{AK} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$  avec  $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ , donc  $K(3; 0)$ .
- $\overrightarrow{CL} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$  avec  $\overrightarrow{CB} \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}$ , donc  $\overrightarrow{CL} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$  et  $L(4; 2)$ .

On en déduit  $\overrightarrow{KD} \begin{pmatrix} 0-3 \\ 3-0 \end{pmatrix}$ , soit  $\overrightarrow{KD} \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix}$ , et  $\overrightarrow{KL} \begin{pmatrix} 4-3 \\ 2-0 \end{pmatrix}$ , soit  $\overrightarrow{KL} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ . D'où :

$$\overrightarrow{KD} \cdot \overrightarrow{KL} = (-3) \times 1 + 3 \times 2 = -3 + 6 = 3.$$

**RÉPONSE**

L'affirmation est **VRAIE** :  $\overrightarrow{KD} \cdot \overrightarrow{KL} = 3$ .

## Deuxième partie — Exercice 3 — Vol d'une montgolfière

(4 pts)

## RAPPEL

$f(t) = \frac{4t+1}{e^t}$  pour  $t \in [0; 5]$ , où  $t$  est le temps en heures écoulé depuis le décollage et  $f(t)$  l'altitude de la montgolfière en kilomètres, par rapport au niveau de la mer.

## 1. Altitude au moment du décollage

Le décollage correspond à  $t = 0$  :

$$f(0) = \frac{4 \times 0 + 1}{e^0} = \frac{1}{1} = 1.$$

## RÉPONSE

Au décollage, la montgolfière est à 1 km d'altitude : c'est l'altitude du village de montagne.

2. Démonstration de  $f'(t) = \frac{3-4t}{e^t}$ 

## MÉTHODE

$f$  est un quotient  $\frac{u}{v}$  avec  $u(t) = 4t+1$  et  $v(t) = e^t$  (qui ne s'annule pas). On utilise  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ , en se souvenant que  $\exp' = \exp$ , puis on simplifie par  $e^t$ .

On pose  $u(t) = 4t+1$ ,  $u'(t) = 4$ ,  $v(t) = e^t$ ,  $v'(t) = e^t$ . Pour tout  $t$  de  $[0; 5]$  :

$$f'(t) = \frac{4e^t - (4t+1)e^t}{(e^t)^2} = \frac{e^t(4-4t-1)}{e^t \times e^t} = \frac{3-4t}{e^t}.$$

## RÉPONSE

Pour tout réel  $t$  de  $[0; 5]$  :  $f'(t) = \frac{3-4t}{e^t}$ .

3. Signe de  $f'(t)$  et maximum de  $f$ 

## MÉTHODE

Pour tout réel  $t$ ,  $e^t > 0$  : le signe de  $f'(t)$  est celui de son numérateur  $3-4t$ , expression affine de coefficient directeur  $-4 < 0$ , qui s'annule pour  $t = \frac{3}{4}$ . Elle est donc positive avant  $\frac{3}{4}$  et négative après.

En effet,  $3-4t \geq 0 \iff -4t \geq -3 \iff t \leq \frac{3}{4}$ .

| $t$     | 0 | $\frac{3}{4}$       | 5                |
|---------|---|---------------------|------------------|
| $3-4t$  | + | 0                   | -                |
| $e^t$   | + |                     | +                |
| $f'(t)$ | + | 0                   | -                |
| $f$     | 1 | $\frac{4}{e^{3/4}}$ | $\frac{21}{e^5}$ |

## RÉPONSE

$f'(t) > 0$  sur  $\left[0; \frac{3}{4}\right]$ ,  $f'\left(\frac{3}{4}\right) = 0$  et  $f'(t) < 0$  sur  $\left[\frac{3}{4}; 5\right]$ . La fonction  $f$  est donc croissante sur  $\left[0; \frac{3}{4}\right]$  puis décroissante sur  $\left[\frac{3}{4}; 5\right]$  : elle admet un **maximum en**  $t = \frac{3}{4}$ , égal à  $f\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{4}{e^{3/4}}$  (environ 1,9 km).

## 4. Heure à laquelle la montgolfière commence à perdre de l'altitude

## MÉTHODE

La montgolfière perd de l'altitude dès que  $f$  devient décroissante, c'est-à-dire à partir de  $t = \frac{3}{4}$  h. On convertit en minutes :  $\frac{3}{4}$  h =  $\frac{3}{4} \times 60$  min.

$\frac{3}{4} \times 60 = 45$  : la montgolfière monte pendant 45 minutes après le décollage. Or :

$$10 \text{ h } 50 \text{ min} + 45 \text{ min} = 10 \text{ h } 95 \text{ min} = 11 \text{ h } 35 \text{ min}.$$

## RÉPONSE

La montgolfière commence à perdre de l'altitude à **11 h 35**, soit 45 minutes après son décollage.