# Corrigé

Épreuve anticipée d'enseignement de spécialité — Mathématiques

Baccalauréat Général — Session 2026 — Sujet 26-MATSPEGEME1

Candidats *avec* enseignement de spécialité — Vendredi 12 juin 2026

## Première partie — Automatismes (QCM)

(6 pts)

**RAPPEL**

Une seule réponse est correcte par question ; aucune justification n'est exigée le jour de l'épreuve. Les justifications ci-dessous sont fournies à titre pédagogique.

**Question 1** **Réponse c**

On développe l'identité remarquable $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ avec $a = 3x$ et $b = 2$ :

$$(3x-2)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 2 + 2^2 = 9x^2 - 12x + 4.$$

**Question 2** **Réponse c**

La droite $(\Delta)$ est *décroissante* (son coefficient directeur est négatif) : cela élimine $y = 2x+2$ et $y = x+2$. Elle coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée $2$ et l'axe des abscisses au point $I$ d'abscisse $2$. Son coefficient directeur vaut donc

$$m = \frac{0-2}{2-0} = -1, \qquad \text{d'où} \qquad (\Delta) : \; y = -x+2.$$

**Question 3** **Réponse d**

Les élèves de latin représentent $100\,\% - 75\,\% = 25\,\%$ de la classe, soit $9$ élèves. Si $N$ est l'effectif total :

$$0{,}25 \times N = 9 \iff N = \frac{9}{0{,}25} = 36.$$

**Question 4** **Réponse b**

Augmenter de $15\,\%$ revient à multiplier par $1 + \dfrac{15}{100} = 1 + 0{,}15 = 1{,}15$.

**Question 5** **Réponse b**

On estime l'ordre de grandeur du quotient :

$$\frac{150\,000}{3\,200} \approx \frac{150\,000}{3\,000} \approx \frac{1\,500}{3} = 50.$$

**Question 6** **Réponse b**

La durée vaut $1$ min $40$ s $= 60 + 40 = 100$ secondes. Le nombre d'images par seconde est :

$$\frac{2\,400}{100} = 24 \text{ images/seconde.}$$

**Question 7** **Réponse c**

On teste les points dans $f(x) = 0{,}5(x-3)^2 + 10$. Pour $x = 3$ :

$$f(3) = 0{,}5 \times (3-3)^2 + 10 = 0 + 10 = 10,$$

donc le point $C(3\,;10)$ appartient à la courbe $\mathcal{C}$. $\big($On vérifie que $A$, $B$ et $D$ n'y appartiennent pas : $f(-3) = 28$, $f(3) = 10 \neq 10{,}5$, $f(0) = 14{,}5.\big)$

**Question 8** **Réponse c**

On applique les règles sur les puissances de $10$ :

$$A = \frac{10^{201} \times 10^{-4}}{\left(10^2\right)^{100}} = \frac{10^{\,201-4}}{10^{\,200}} = \frac{10^{197}}{10^{200}} = 10^{197-200} = 10^{-3} = 0{,}001.$$

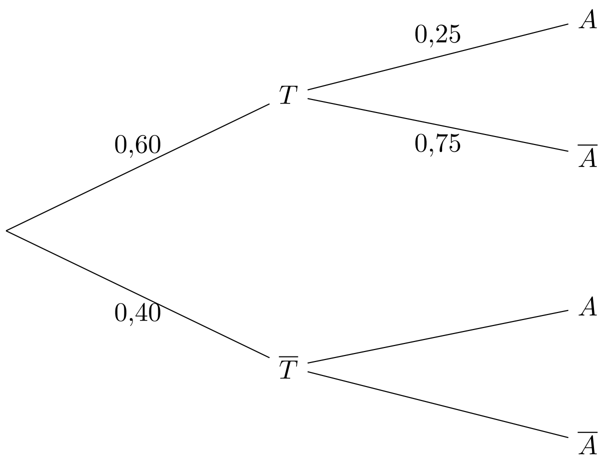
## Deuxième partie — Exercice 1 — Probabilités

(5 pts)

**RAPPEL**

$P(T) = 0{,}60$ (bicyclette traditionnelle), donc $P(\overline{T}) = 0{,}40$ (bicyclette électrique). De plus $P_T(A) = 0{,}25$ (assurance parmi les traditionnelles) et $P(A) = 0{,}20$ (assurance sur l'ensemble des clients).

**1. Arbre pondéré complété**




**RÉPONSE**

Branches issues de la racine : $P(T) = 0{,}60$ et $P(\overline{T}) = 0{,}40$.
Branches issues de $T$ : $P_T(A) = 0{,}25$ et $P_T(\overline{A}) = 0{,}75$.

*On complètera l'arbre avec les probabilités suivantes à la question 5 :*
Branches issues de $\overline{T}$ : $P_{\overline{T}}(A) = \dfrac{1}{8}$ et $P_{\overline{T}}(\overline{A}) = \dfrac{7}{8}$.

**2. Probabilité de l'événement $A$**

**RÉPONSE**

Par lecture directe de l'énoncé (« $20\,\%$ de l'ensemble des clients ont pris une assurance ») :
$P(A) = 0{,}20$.

**3. Probabilité que le client ait loué une traditionnelle *et* pris une assurance**

D'après la règle du produit le long de la branche $T \to A$ :

$$P(T \cap A) = P(T) \times P_T(A) = 0{,}60 \times 0{,}25 = 0{,}15.$$

**RÉPONSE**

$P(T \cap A) = 0{,}15$.
La probabilité que le client ait loué une bicyclette traditionnelle et qu'il ait pris une assurance est égale à 0,15.

**4. En déduire que $P(\overline{T} \cap A) = 0{,}05$**

**MÉTHODE**

Les événements $T$ et $\overline{T}$ forment une partition de l'univers : d'après la formule des probabilités totales, $P(A) = P(T \cap A) + P(\overline{T} \cap A)$.

$$P\left(\overline{T} \cap A\right) = P(A) - P(T \cap A) = 0{,}20 - 0{,}15 = 0{,}05.$$

**RÉPONSE**

$P\left(\overline{T} \cap A\right) = 0{,}05.$

**5. Probabilité de prendre une assurance sachant que la bicyclette est électrique**

On cherche la probabilité conditionnelle $P_{\overline{T}}(A)$ :

$$P_{\overline{T}}(A) = \frac{P\left(\overline{T} \cap A\right)}{P\left(\overline{T}\right)} = \frac{0{,}05}{0{,}40} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8}.$$

**RÉPONSE**

$P_{\overline{T}}(A) = \dfrac{1}{8}.$

La probabilité que le client ait pris une assurance sachant qu'il a loué une bicyclette électrique est de $\frac{1}{8}$.

# Deuxième partie — Exercice 2 — Vrai/Faux

(5 pts)

### Affirmation 1 — Équation du second degré

**RAPPEL**

$(E)$ : $x^2 + x - u^2 = 0$, où $u$ est un réel fixé.
*Affirmation : quelle que soit la valeur de $u$, $(E)$ possède deux solutions réelles distinctes.*

On calcule le discriminant de $(E)$ (équation du second degré en $x$, avec $a = 1$, $b = 1$ et $c = -u^2$) :

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times 1 \times (-u^2) = 1 + 4u^2.$$

Pour tout réel $u$, on a $u^2 \geqslant 0$, donc $4u^2 \geqslant 0$ et ainsi

$$\Delta = 1 + 4u^2 \geqslant 1 > 0.$$

Le discriminant est *strictement positif quelle que soit la valeur de $u$* : l'équation $(E)$ admet donc toujours deux solutions réelles distinctes.

**RÉPONSE**

L'affirmation est **VRAIE** : $\Delta = 1 + 4u^2 > 0$ pour tout réel $u$.

### Affirmation 2 — Suite géométrique

**RAPPEL**

Pour tout entier naturel $n$, $u_n = 2^{-n}$.
*Affirmation : $(u_n)$ est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$.*

Pour tout entier naturel $n$, $u_n = 2^{-n} = \left(\frac{1}{2}\right)^n > 0$. On calcule le quotient de deux termes consécutifs :

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2^{-(n+1)}}{2^{-n}} = 2^{-(n+1)-(-n)} = 2^{-1} = \frac{1}{2}.$$

Ce quotient est *constant*, indépendant de $n$ : $(u_n)$ est bien géométrique, de raison $q = \frac{1}{2}$ et de premier terme $u_0 = 2^0 = 1$.

**RÉPONSE**

L'affirmation est **VRAIE** : $u_{n+1} = \frac{1}{2} u_n$ pour tout $n$, donc $(u_n)$ est géométrique de raison $\frac{1}{2}$.

### Affirmation 3 — Tangente à une courbe

**RAPPEL**

$f(x) = \mathrm{e}^x - 1$ sur $\mathbb{R}$, de courbe $\mathcal{C}$. $T$ est la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse $0$ et $A(3\,;3)$.
*Affirmation : le point $A$ appartient à la tangente $T$.*

**MÉTHODE**

L'équation de la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse $a$ est $y = f'(a)(x-a) + f(a)$.

La fonction $f$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $f'(x) = \mathrm{e}^x$. On calcule en $a = 0$ :

$$f(0) = \mathrm{e}^0 - 1 = 0, \qquad f'(0) = \mathrm{e}^0 = 1.$$

La tangente $T$ a donc pour équation :

$$y = f'(0)\,(x-0) + f(0) = 1 \times x + 0, \qquad \text{soit} \qquad T:\ y = x.$$

On teste les coordonnées de $A(3\,;3)$ : $y_A = 3$ et $x_A = 3$, donc $y_A = x_A$ : le point $A$ vérifie l'équation de $T$.

**RÉPONSE**

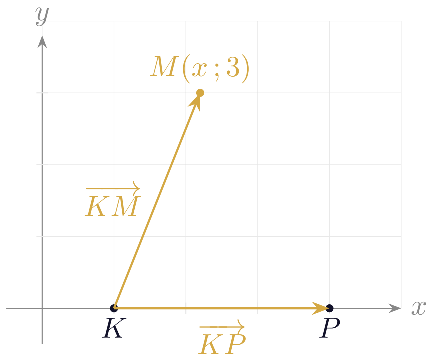
L'affirmation est **VRAIE** : la tangente a pour équation $y = x$, et $A(3\,;3)$ vérifie $3 = 3$, donc $A \in T$.

# Deuxième partie — Exercice 3 — Produit scalaire

(4 pts)

**RAPPEL**

Repère orthonormal du plan. $P(4\,;0)$, $K(1\,;0)$ et, pour un réel $x$, $M(x\,;3)$.




### 1. Coordonnées et norme de $\overrightarrow{KP}$

$$\overrightarrow{KP}\begin{pmatrix}x_P - x_K\\ y_P - y_K\end{pmatrix} \quad \overrightarrow{KP}\begin{pmatrix}4-1\\ 0-0\end{pmatrix} \quad \overrightarrow{KP}\begin{pmatrix}3\\ 0\end{pmatrix}.$$

$$\|\overrightarrow{KP}\| = \sqrt{3^2+0^2} = \sqrt{9} = 3.$$

**RÉPONSE**

$\overrightarrow{KP}\begin{pmatrix}3\\ 0\end{pmatrix}$ et $\|\overrightarrow{KP}\| = 3.$

### 2. Coordonnées et norme de $\overrightarrow{KM}$ en fonction de $x$

$$\overrightarrow{KM}\begin{pmatrix}x_M - x_K\\ y_M - y_K\end{pmatrix} \quad \overrightarrow{KM}\begin{pmatrix}x-1\\ 3-0\end{pmatrix} \quad \overrightarrow{KM}\begin{pmatrix}x-1\\ 3\end{pmatrix}.$$

$$\|\overrightarrow{KM}\| = \sqrt{(x-1)^2+3^2} = \sqrt{(x-1)^2+9}.$$

**RÉPONSE**

$\overrightarrow{KM}\begin{pmatrix}x-1\\ 3\end{pmatrix}$ et $\|\overrightarrow{KM}\| = \sqrt{(x-1)^2+9}.$

### 3. Produit scalaire $\overrightarrow{KP}\cdot\overrightarrow{KM} = 3x-3$

On utilise l'expression du produit scalaire à partir des coordonnées :

$$\overrightarrow{KP}\cdot\overrightarrow{KM} = x_{\overrightarrow{KP}} \times x_{\overrightarrow{KM}} + y_{\overrightarrow{KP}} \times y_{\overrightarrow{KM}} = 3\times(x-1)+0\times 3 = 3(x-1) = 3x-3.$$

**RÉPONSE**

$\overrightarrow{KP}\cdot\overrightarrow{KM} = 3x-3.$

### 4. Si $\widehat{PKM} = \dfrac{\pi}{3}$, alors $x$ est solution de $(E)$

MÉTHODE

On dispose de *deux* expressions du même produit scalaire : l'expression analytique (question 3) et l'expression $\overrightarrow{KP} \cdot \overrightarrow{KM} = \|\overrightarrow{KP}\| \, \|\overrightarrow{KM}\| \cos\left(\widehat{PKM}\right)$. On les égalise.

Avec $\cos\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{1}{2}$, l'expression trigonométrique donne :

$$\overrightarrow{KP} \cdot \overrightarrow{KM} = 3 \times \sqrt{(x-1)^2+9} \times \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = 3 \times \sqrt{(x-1)^2+9} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}\sqrt{(x-1)^2+9}.$$

En égalant avec le résultat de la question 3, $\overrightarrow{KP} \cdot \overrightarrow{KM} = 3x-3 = 3(x-1)$ :

$$3(x-1) = \frac{3}{2}\sqrt{(x-1)^2+9} \iff x-1 = \frac{1}{2}\sqrt{(x-1)^2+9} \iff 2(x-1) = \sqrt{(x-1)^2+9}.$$

Comme $2(x-1) = 2x-2$, on obtient bien :

$$\sqrt{(x-1)^2+9} = 2x-2.$$

RÉPONSE

Si $\widehat{PKM} = \dfrac{\pi}{3}$, alors $x$ vérifie $(E)$ : $\sqrt{(x-1)^2+9} = 2x-2$.

**5. Vérifier que $1+\sqrt{3}$ est solution de $(E)$**

On pose $x = 1+\sqrt{3}$, de sorte que $x-1 = \sqrt{3}$, donc $(x-1)^2 = 3$. On calcule séparément les deux membres de $(E)$.

*Membre de gauche :*

$$\sqrt{(x-1)^2+9} = \sqrt{3+9} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}.$$

*Membre de droite :*

$$2x-2 = 2\left(1+\sqrt{3}\right) - 2 = 2+2\sqrt{3}-2 = 2\sqrt{3}.$$

Les deux membres sont égaux (et $2x-2 = 2\sqrt{3} \geqslant 0$, condition d'existence respectée).

RÉPONSE

Pour $x = 1+\sqrt{3}$, les deux membres de $(E)$ valent $2\sqrt{3}$ : le réel $1+\sqrt{3}$ est bien solution de l'équation $(E)$.