

Corrigé

Épreuve anticipée de mathématiques — Première générale

Asie – 15 juin 2026

Baccalauréat Général — Session 2026 — avec enseignement de spécialité

Première partie — Automatismes (QCM)

(6 pts)

RAPPEL

Une seule réponse est correcte par question ; aucune justification n'est exigée le jour de l'épreuve. Les justifications ci-dessous sont fournies à titre pédagogique.

Question 1**Réponse D**

Par lecture graphique, la droite d'équation $y = -1$ rencontre la courbe en **trois** points : une fois sur $[-5 ; -4]$ (la courbe remonte de -3 à 1), une fois aux environs de $x = 1,8$ (en descendant) et une fois aux environs de $x = 3,5$ (en remontant). L'équation $f(x) = -1$ admet donc trois solutions.

Question 2**Réponse C**

On retrouve le taux d'évolution à partir du coefficient multiplicateur : $(0,6 - 1) \times 100 = -40$ soit appliquer une **baisse de 40 %**.

Question 3**Réponse C**

La droite coupe l'axe des ordonnées en 2 : l'ordonnée à l'origine est $b = 2$. Elle passe par les points $(0 ; 2)$ et $(6 ; 0)$, d'où le coefficient directeur $a = \frac{0 - 2}{6 - 0} = -\frac{1}{3}$. Son équation réduite est $y = -\frac{1}{3}x + 2$.

Question 4**Réponse A**

Parmi les 130 enfants, 80 pratiquent le volley-ball :

$$P_E(V) = \frac{80}{130} = \frac{8}{13}.$$

Question 5**Réponse B**

D'après la formule des probabilités totales (l'événement B se réalise via A ou via $\bar{A}$) :

$$P(B) = 0,4 \times 0,3 + 0,6 \times 0,1 = 0,12 + 0,06 = 0,18.$$

Question 6**Réponse B**

La droite (fonction affine f) et la parabole (fonction g) se coupent aux points d'abscisses $x = -2$ et $x = 2$. Sur le graphique, la droite est *en dessous* de la parabole ($f(x) < g(x)$) à l'extérieur de ces abscisses :

$$S =] - \infty ; -2[\cup]2 ; +\infty[.$$

Question 7**Réponse D**

On isole y à partir de $x = 3 + \frac{5}{y}$:

$$x = 3 + \frac{5}{y} \iff x - 3 = \frac{5}{y} \iff y = \frac{5}{x - 3}.$$

Question 8**Réponse C**

L'effectif total est $3 + 1 + 2 + 2 + 2 = 10$. La série ordonnée est 0, 0, 0, 10, 20, 20, 30, 30, 100, 100 : la médiane est la moyenne des 5^e et 6^e valeurs, $Me = \frac{20 + 20}{2} = 20$. La moyenne vaut

$$\bar{x} = \frac{0 \times 3 + 10 \times 1 + 20 \times 2 + 30 \times 2 + 100 \times 2}{10} = \frac{310}{10} = 31.$$

Les deux valeurs extrêmes 100 tirent la moyenne vers le haut : $Me = 20 < \bar{x} = 31$.

Deuxième partie — Exercice 1 — Évolution du niveau d'un lac

(7 pts)

RAPPEL

u_n est le niveau du lac (en mètres) n années après 2020, avec $u_0 = 1\,100$. Seuil critique : en dessous de 1 020 m, la production hydroélectrique n'est plus possible.

Partie A — Étude d'un modèle discret**1. Calcul de u_1 et interprétation**

$$u_1 = 1\,100 - 1\,100 \times 0,01 = 1\,100 - 11 = 1\,089.$$

RÉPONSE

En 2021, le niveau du lac est estimé à $u_1 = 1\,089$ mètres au-dessus du niveau de la mer.

2.a. Relation de récurrence

Une baisse de 1 % revient à multiplier par $1 - \frac{1}{100} = 0,99$.

RÉPONSE

D'une année à la suivante, le niveau perd 1 % ; on multiplie donc par 0,99. Pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = 0,99 u_n$.

2.b. Nature de la suite (u_n) **RÉPONSE**

On multiplie toujours par le même nombre d'un terme au suivant : (u_n) est une suite **géométrique** de raison $q = 0,99$ et de premier terme $u_0 = 1\,100$.

2.c. Expression de u_n en fonction de n

Pour une suite géométrique, $u_n = u_0 \times q^n$:

RÉPONSE

Pour tout entier naturel n : $u_n = 1\,100 \times 0,99^n$.

3. Niveau estimé en 2028

L'année 2028 correspond à $2020 + 8$, c'est-à-dire $n = 8$. Le calcul à effectuer est :

$$u_8 = 1\,100 \times 0,99^8.$$

4. Programme Python complété**MÉTHODE**

On part de $u = u_0 = 1\,100$ et $n = 0$. *Tant que* le niveau reste suffisant ($u \geq 1\,020$), on passe à l'année suivante ($n \leftarrow n + 1$) et on met le niveau à jour ($u \leftarrow 0,99 u$). À la sortie, $u < 1\,020$ et n est le premier rang correspondant.

```
u = 1100
n = 0
while u >= 1020 :
    n = n + 1
    u = 0.99 * u
print (n)
```

RÉPONSE

Les deux parties à compléter sont la condition de boucle `while u >= 1020` : et la mise à jour `u = 0.99*u`.

Comme $u_7 \approx 1\,025,3 \geq 1\,020$ et $u_8 \approx 1\,015,0 < 1\,020$, le programme affiche **8** : le niveau devient insuffisant 8 ans après 2020, soit dès **2028**.

Partie B — Étude d'un modèle continu**RAPPEL**

$f(t) = 1\,050 e^{-0,01t} + 50$, où t est le temps écoulé (en années) depuis 2020 et $f(t)$ le niveau du lac (en mètres), pour $t \in [0; +\infty[$.

1. Cohérence du modèle en 2020

En 2020, $t = 0$:

$$f(0) = 1\,050 e^0 + 50 = 1\,050 + 50 = 1\,100.$$

RÉPONSE

$f(0) = 1\,100$ m, ce qui correspond exactement au niveau du lac en 2020 : le modèle est **cohérent** avec la donnée initiale.

2. Calcul de $f'(t)$ **MÉTHODE**

La dérivée de $t \mapsto e^{at}$ est $t \mapsto a e^{at}$. Ici $a = -0,01$ et le terme constant $+50$ a une dérivée nulle.

f est dérivable sur $[0; +\infty[$ et :

$$f'(t) = 1\,050 \times (-0,01) e^{-0,01t} = -10,5 e^{-0,01t}.$$

RÉPONSE

Pour tout réel $t \geq 0$: $f'(t) = -10,5 e^{-0,01t}$.

3. Sens de variation de f

Pour tout réel t , $e^{-0,01t} > 0$ et $-10,5 < 0$ donc

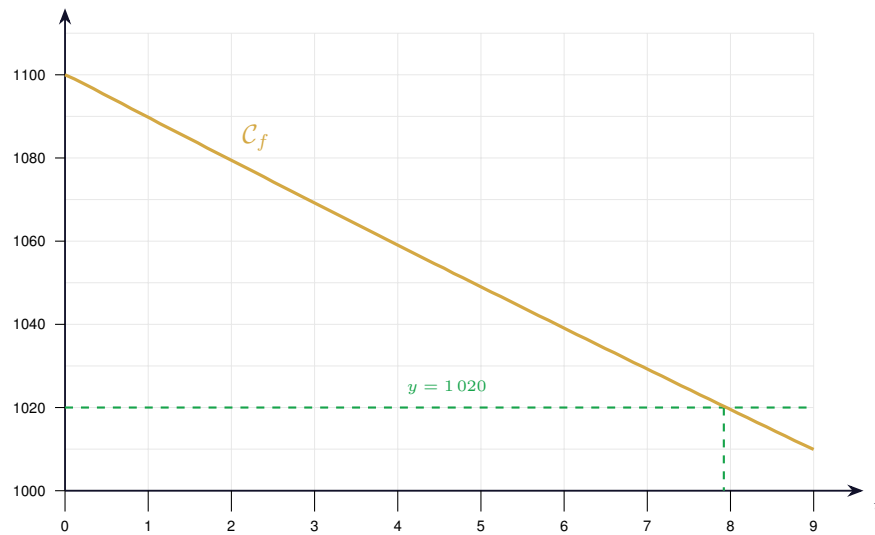
$$f'(t) < 0.$$

RÉPONSE

$f'(t) < 0$ sur $[0; +\infty[$: la fonction f est **strictement décroissante** sur cet intervalle. Le niveau du lac diminue continûment.

4. Lecture graphique du seuil 1 020 m**MÉTHODE**

On cherche l'abscisse t pour laquelle la courbe $\mathcal{C}_f$ passe sous la droite horizontale d'équation $y = 1\,020$.

**RÉPONSE**

La courbe passe sous la valeur 1 020 m aux alentours de $t = 8$. Le niveau du lac devient donc insuffisant pour produire de l'électricité à partir de l'année $2020 + 8 = \mathbf{2028}$, en accord avec le modèle discret de la partie A.

Deuxième partie — Exercice 2 — Cercle, hyperbole et produit scalaire

(7 pts)

Partie A — Étude d'un cercle

RAPPEL

Cercle $\mathcal{C}$ de centre $A(3; 1)$ et de rayon $r = \frac{\sqrt{37}}{2}$.

1. Équation du cercle

MÉTHODE

Le cercle de centre $\Omega(a; b)$ et de rayon r a pour équation $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$.

Avec $A(3; 1)$ et $r = \frac{\sqrt{37}}{2}$, on a $r^2 = \left(\frac{\sqrt{37}}{2}\right)^2 = \frac{37}{4}$, d'où :

RÉPONSE

Le cercle $\mathcal{C}$ admet pour équation : $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = \frac{37}{4}$.

2. Le point $B(6; 0,5)$ appartient à $\mathcal{C}$

On reporte les coordonnées de B dans le membre de gauche :

$$(6 - 3)^2 + (0,5 - 1)^2 = 3^2 + (-0,5)^2 = 9 + 0,25 = 9,25 = \frac{37}{4}.$$

RÉPONSE

Les coordonnées de B vérifient l'équation du cercle : le point $B(6; 0,5)$ appartient bien à $\mathcal{C}$.

Partie B — Étude d'un cas particulier

RAPPEL

Courbe $\mathcal{H} : y = \frac{3}{x}$ pour $x > 0$. Points $A(3; 1)$, $B(6; 0,5)$ et $D(4; 2)$. On veut savoir si l'angle $\widehat{DAB}$ est droit.

1. Le point B appartient à $\mathcal{H}$

Pour $x = 6 : \frac{3}{6} = 0,5$, qui est bien l'ordonnée de B .

RÉPONSE

$B(6; 0,5)$ vérifie $y = \frac{3}{x}$: le point B appartient à la courbe $\mathcal{H}$.

2.a. Coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AB}$

$$\overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} 4 - 3 \\ 2 - 1 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 6 - 3 \\ 0,5 - 1 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ -0,5 \end{pmatrix}.$$

2.b. Produit scalaire $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB}$

MÉTHODE

Dans un repère orthonormé, $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \cdot \vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = xx' + yy'$.

$$\vec{AD} \cdot \vec{AB} = 1 \times 3 + 1 \times (-0,5) = 3 - 0,5 = 2,5.$$

2.c. L'angle $\widehat{DAB}$ est-il droit ?

RÉPONSE

$\vec{AD} \cdot \vec{AB} = 2,5 \neq 0$: les vecteurs ne sont pas orthogonaux, donc l'angle $\widehat{DAB}$ **n'est pas droit**.

Partie C — Étude du cas général

1. Résolution de $x^2 - 4x + 3 = 0$

Le discriminant vaut $\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 3 = 16 - 12 = 4 > 0$

L'équation a deux solutions :

$$x_1 = \frac{4 - \sqrt{4}}{2} = \frac{4 - 2}{2} = 1, \quad x_2 = \frac{4 + \sqrt{4}}{2} = \frac{4 + 2}{2} = 3.$$

RÉPONSE

$S = \{1; 3\}$.

2. Unicité du point M tel que l'angle $\widehat{DAM}$ soit droit

MÉTHODE

M est sur $\mathcal{H}$ d'abscisse $x > 0$, donc $M \left(x; \frac{3}{x} \right)$. L'angle $\widehat{DAM}$ est droit si et seulement si $\vec{AD} \cdot \vec{AM} = 0$.

On a $\vec{AD} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{AM} \begin{pmatrix} x-3 \\ \frac{3}{x}-1 \end{pmatrix}$. Le produit scalaire s'écrit :

$$\vec{AD} \cdot \vec{AM} = 1 \times (x-3) + 1 \times \left(\frac{3}{x} - 1 \right) = x - 4 + \frac{3}{x}.$$

Comme $x > 0$, on peut multiplier par x sans changer le caractère nul :

$$\vec{AD} \cdot \vec{AM} = 0 \iff x - 4 + \frac{3}{x} = 0 \iff x^2 - 4x + 3 = 0 \iff x = 1 \text{ ou } x = 3.$$

La solution $x = 3$ donne $M \left(3; \frac{3}{3} \right) = M(3; 1) = A$: le point se confond avec A et ne définit aucun angle.

On l'écarte. Il reste l'unique valeur $x = 1$, qui donne $M \left(1; \frac{3}{1} \right) = M(1; 3)$.

RÉPONSE

Il existe **un seul** point M de la courbe $\mathcal{H}$ tel que l'angle $\widehat{DAM}$ soit droit : le point $M(1; 3)$.