Corrigé

Épreuve anticipée d'enseignement de spécialité — Mathématiques
Antilles - Guyane – 12 juin 2026
Baccalauréat Général — Session 2026 — Sujet 26-MATSPEGEAG1

Première partie — Automatismes (QCM)

(6 pts)

RAPPEL
Une seule réponse est correcte par question ; aucune justification n'est exigée le jour de l'épreuve. Les justifications ci-dessous sont fournies à titre pédagogique.

Question 1 Réponse b

On reconnaît une différence de deux carrés, $9x^2 = (3x)^2$ et $\frac{1}{9} = \left(\frac{1}{3}\right)^2$:

$$9x^2 - \frac{1}{9} = (3x)^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \left(3x - \frac{1}{3}\right)\left(3x + \frac{1}{3}\right).$$

Question 2 Réponse c

$E = \dfrac{x-y}{zt} = \dfrac{3-(-2)}{(-3)\times(-4)} = \dfrac{5}{12}$.

Question 3 Réponse b

Par lecture graphique, $f(-4) > 0$ (la courbe est au-dessus de l'axe) et $f(-1) < 0$ (elle est en dessous). Le quotient d'un nombre positif par un nombre négatif est négatif : $A < 0$.

Question 4 Réponse a

$-2x + 2 \geqslant 0 \iff -2x \geqslant -2 \iff x \leqslant 1$ (on divise par $-2 < 0$, le sens change). Donc $S =]-\infty\,;1]$.

Question 5 Réponse c

Le tableau indique deux racines, -3 et 2, avec f positive à l'extérieur : le polynôme a un coefficient dominant positif ($a > 0$) et s'écrit $(x+3)(x-2) = (x-2)(x+3)$.

Question 6 Réponse d

Une baisse de $50\,\%$ puis une hausse de $40\,\%$ reviennent à multiplier par $0{,}50 \times 1{,}40 = 0{,}70$, soit une **baisse de** $30\,\%$.

Question 7 Réponse d

Les femmes représentent $100\,\% - 40\,\% = 60\,\%$ des adhérents et sont au nombre de 30. L'effectif total N vérifie $0{,}60\,N = 30$, d'où $N = \dfrac{30}{0{,}60} = 50$.

Question 8 Réponse d

$\dfrac{a \times a^5}{a^2} = \dfrac{a^6}{a^2} = a^{6-2} = a^4$. (Les autres sont fausses : $\frac{a^8}{a^{-5}} = a^{13}$, $\frac{a^{30}}{a^2} = a^{28}$, $(a^{10})^3 = a^{30}$.)

Deuxième partie — Exercice 1 — Suite géométrique et algorithme

(5 pts)

RAPPEL

Valeur de la voiture en janvier de l'année $2025 + n$: u_n, avec $u_0 = 10\,000$ €. Chaque année, la valeur diminue de $10\,\%$.

1.a. Valeur en janvier 2026

Une baisse de $10\,\%$ revient à multiplier par $1 - \dfrac{10}{100} = 0{,}9$:

$$u_1 = 10\,000 \times 0{,}9 = 9\,000.$$

RÉPONSE

En janvier 2026, la voiture vaut $9\,000$ €.

1.b. Justification de $u_{n+1} = 0{,}9\,u_n$

RÉPONSE

D'une année à la suivante, la valeur perd $10\,\%$; on multiplie donc par $1 - 0{,}10 = 0{,}9$. Pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = 0{,}9\,u_n$.

2. Nature de la suite (u_n)

RÉPONSE

On multiplie toujours par le même nombre d'un terme au suivant : (u_n) est une suite **géométrique** de raison $q = 0{,}9$ (et de premier terme $u_0 = 10\,000$).

3.a. Expression de u_n en fonction de n

Pour une suite géométrique, $u_n = u_0 \times q^n$:

RÉPONSE

Pour tout entier naturel n : $u_n = 10\,000 \times 0{,}9^n$.

3.b. Valeur en janvier 2030

$2023 = 2025 + 5$

L'année 2030 correspond à $n = 5$. À l'aide de l'aide au calcul $0{,}9^5 = 0{,}59049$:

$$u_5 = 10\,000 \times 0{,}9^5 = 10\,000 \times 0{,}59049 = 5\,904{,}90.$$

RÉPONSE

En janvier 2030, la voiture vaut $u_5 = 5\,904{,}90$ €.

4. Programme Python complété

MÉTHODE

On part de $U = u_0$ et $N = 0$. Tant que U reste supérieur ou égal à A, on calcule le terme suivant ($U \leftarrow 0{,}9\,U$) et on incrémente N. À la sortie, $U < A$ et N est le plus petit rang tel que $u_N < A$.

```python
def seuil(A):
    N = 0
    U = 10000
    while U >= A:
        U = 0.9 * U
        N = N + 1
    return N
```

RÉPONSE

Les deux parties à compléter sont la condition de boucle `while U >= A :` et la mise à jour `U = 0.9*U`.

5.a. Interprétation de `seuil(5000)` = 7

RÉPONSE

7 est le plus petit rang n tel que $u_n < 5\,000$. Autrement dit, c'est à partir de janvier $2025 + 7 = 2032$ que la valeur de la voiture devient inférieure à $5\,000$ €.

5.b. Année où la voiture a perdu plus des trois quarts de sa valeur

MÉTHODE

Perdre plus des trois quarts de $10\,000$ €, c'est perdre plus de $7\,500$ €, donc valoir *moins* de $10\,000 - 7\,500 = 2\,500$ €. On cherche le plus petit n tel que $u_n < 2\,500$, donné par `seuil(2500)`.

D'après les résultats, `seuil(2500)` $= 14$.

RÉPONSE

La voiture vaut moins de $2\,500$ € à partir de $n = 14$, soit en janvier $2025 + 14 = \mathbf{2039}$: c'est à partir de 2039 qu'elle a perdu plus des trois quarts de sa valeur initiale.

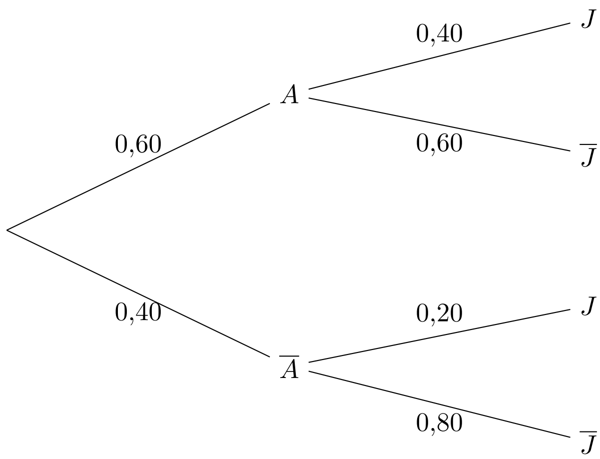
Deuxième partie — Exercice 2 — Probabilités et variable aléatoire

(5 pts)

RAPPEL

$P(A) = 0{,}60$ (abonné), donc $P(\overline{A}) = 0{,}40$. Parmi les abonnés, $40\,\%$ sont jeunes ($P_A(J) = 0{,}40$) ; parmi les non-abonnés, $20\,\%$ sont jeunes ($P_{\overline{A}}(J) = 0{,}20$).

1. Arbre pondéré complété



2. Probabilité de $A \cap J$ et interprétation

Le long de la branche $A \to J$:

$$P(A \cap J) = P(A) \times P_A(J) = 0{,}60 \times 0{,}40 = 0{,}24.$$

RÉPONSE

$P(A \cap J) = 0{,}24$: La probabilité qu'un spectateur soit à la fois abonné et jeune est de $0{,}24$.

3. Démontrer que $P(J) = 0{,}32$

MÉTHODE

A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers : d'après la formule des probabilités totales, $P(J) = P(A \cap J) + P(\overline{A} \cap J)$.

$$P(J) = P(A) \times P_A(J) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(J) = 0{,}60 \times 0{,}40 + 0{,}40 \times 0{,}20 = 0{,}24 + 0{,}08 = 0{,}32.$$

RÉPONSE

$P(J) = 0{,}32$.

4. « Plus d'une chance sur deux qu'un jeune soit abonné »

On calcule la probabilité conditionnelle $P_J(A)$:

$$P_J(A) = \frac{P(A \cap J)}{P(J)} = \frac{0{,}24}{0{,}32} = \frac{24}{32} = \frac{3}{4} = 0{,}75.$$

RÉPONSE

L'affirmation est **exacte** : $P_J(A) = \dfrac{3}{4} = 0{,}75 > 0{,}5$, soit bien plus d'une chance sur deux.

5.a. Loi de probabilité de X (prix payé)

MÉTHODE

Trois situations : non abonné $\to 5$ € ; abonné non jeune $\to 2$ € ; abonné jeune $\to 0$ €. On calcule leurs probabilités à partir de l'arbre.

$$P(X=0) = P(A \cap J) = 0{,}24, \quad P(X=2) = P(A \cap \overline{J}) = 0{,}60 \times 0{,}60 = 0{,}36, \quad P(X=5) = P(\overline{A}) = 0{,}40.$$

RÉPONSE

x_i (en €)	0	2	5
$P(X = x_i)$	$0{,}24$	$0{,}36$	$0{,}40$

La somme vaut $0{,}24 + 0{,}36 + 0{,}40 = 1$: la loi est bien définie.

5.b. Espérance de X et interprétation

$$E(X) = 0 \times 0{,}24 + 2 \times 0{,}36 + 5 \times 0{,}40 = 0 + 0{,}72 + 2 = 2{,}72.$$

RÉPONSE

$E(X) = 2{,}72$: en moyenne, un spectateur paie $2{,}72$ € sa place de cinéma.

Deuxième partie — Exercice 3 — Vrai/Faux

(4 pts)

Affirmation 1 — Droites perpendiculaires

RAPPEL

$A(2\,;0)$, $B(3\,;2)$, $C(0\,;4)$.
Affirmation : les droites (AB) et (AC) sont perpendiculaires.

MÉTHODE

Deux droites sont perpendiculaires si et seulement si un vecteur directeur de l'une est orthogonal à un vecteur directeur de l'autre, c'est-à-dire si leur produit scalaire est nul.

On calcule les vecteurs directeurs :

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3-2\\2-0\end{pmatrix}\quad \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix},\qquad \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}0-2\\4-0\end{pmatrix}\quad \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}.$$

Leur produit scalaire vaut :

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = 1\times(-2)+2\times 4 = -2+8 = 6 \neq 0.$$

RÉPONSE

Affirmation **FAUSSE** : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = 6 \neq 0$, donc les droites (AB) et (AC) ne sont pas perpendiculaires.

Affirmation 2.a — Sens de variation

RAPPEL

$f(x) = (3x-1)\mathrm{e}^x$ sur $\mathbb{R}$.
Affirmation : la fonction f est croissante sur $\mathbb{R}$.

MÉTHODE

On dérive un produit : $(uv)' = u'v + uv'$, avec $u(x) = 3x-1$ et $v(x) = \mathrm{e}^x$.

f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et :

$$f'(x) = 3\,\mathrm{e}^x + (3x-1)\mathrm{e}^x = \mathrm{e}^x\big(3+3x-1\big) = \mathrm{e}^x(3x+2).$$

Comme $\mathrm{e}^x > 0$ pour tout réel x, le signe de $f'(x)$ est celui de $3x+2$,
$3x+2 \leqslant 0 \iff x \leqslant -\dfrac{2}{3}$ donc :
$f'(x) \leqslant 0$ sur $\left]-\infty\,;-\frac{2}{3}\right]$ et $f'(x) \geqslant 0$ sur $\left[-\frac{2}{3}\,;+\infty\right[$. La fonction f est donc décroissante puis croissante.

RÉPONSE

Affirmation **FAUSSE** : f n'est pas croissante sur tout $\mathbb{R}$ (elle décroît sur $\left]-\infty\,;-\frac{2}{3}\right]$ puis croît ensuite).

Affirmation 2.b — Tangente à la courbe

RAPPEL

Affirmation : la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0 a pour équation $y = 2x-1$.

MÉTHODE

Équation de la tangente au point d'abscisse a : $y = f'(a)(x-a)+f(a)$.

En $a = 0$, avec $f(x) = (3x-1)\mathrm{e}^x$ et $f'(x) = \mathrm{e}^x(3x+2)$:

$$f(0) = (3 \times 0 - 1)\mathrm{e}^0 = -1, \qquad f'(0) = \mathrm{e}^0(3 \times 0 + 2) = 2.$$

La tangente a pour équation :

$$y = f'(0)(x-0) + f(0)$$
$$y = 2x - 1$$

RÉPONSE

Affirmation **VRAIE** : la tangente en $x = 0$ a bien pour équation $y = 2x - 1$.