Corrigé

Épreuve anticipée de Mathématiques

Baccalauréat Général — Session 2026

Centres Étrangers — Candidats AVEC spécialité Mathématiques

Première partie — Automatismes (QCM)

(6 pts)

RAPPEL DE COURS

Aucune justification n'était demandée. On présente ici le raisonnement complet pour chaque question.

Question 1

On lit sur l'arbre de probabilités : $P(\overline{A}) = 0{,}6$ et $P_{\overline{A}}(B) = 0{,}7$. D'après la formule des probabilités conditionnelles :

$$P(\overline{A} \cap B) = P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(B) = 0{,}6 \times 0{,}7 = 0{,}42.$$

RÉPONSE

Réponse b : $P(\overline{A} \cap B) = 0{,}42$.

Question 2

Soit N le nombre total d'élèves de première générale. Les 150 élèves de spécialité Mathématiques représentent $\frac{3}{5}$ de cet ensemble :

$$\frac{3}{5} \times N = 150 \iff N = 150 \times \frac{5}{3} = 250.$$

RÉPONSE

Réponse c : il y a 250 élèves en première générale.

Question 3

Avec $A = \frac{1}{3}$ et $B = \frac{5}{6}$:

$$\frac{A}{B} + 1 = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{5}{6}} + 1 = \frac{1}{3} \times \frac{6}{5} + 1 = \frac{6}{15} + 1 = \frac{2}{5} + 1 = \frac{7}{5}.$$

RÉPONSE

Réponse a : $\frac{A}{B} + 1 = \frac{7}{5}$.

Question 4

La droite d a pour équation réduite $y = \frac{1}{3}x + 1$.

- Coefficient directeur $\frac{1}{3} > 0$: la droite est croissante.
- Ordonnée à l'origine $1 > 0$: la droite coupe l'axe des ordonnées au-dessus de l'origine.

La seule représentation croissante, de faible pente et d'ordonnée à l'origine positive, est le graphique c. On vérifie la pente : pour un déplacement horizontal de 3 unités, la droite s'élève d'une unité. D'où la pente $p = \frac{1}{3}$.

RÉPONSE

Réponse c.

Question 5

Identité remarquable $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, avec $a = x^3$ et $b = 1$:

$$(x^3-1)^2 = (x^3)^2 - 2 \times x^3 \times 1 + 1^2 = x^6 - 2x^3 + 1.$$

RÉPONSE

Réponse b : $x^6 - 2x^3 + 1$.

Question 6

MÉTHODE

Le coefficient multiplicateur d'évolutions successives est le produit des coefficients multiplicateurs.

Hausse de 20 % : $\times 1{,}2$. Baisse de 50 % : $\times 0{,}5$.

$$1{,}2 \times 0{,}5 = 0{,}6.$$

Le coefficient global est 0,6. Le taux d'évolution est $0{,}6 - 1 = -0{,}4$, soit une baisse de 40 %.

RÉPONSE

Réponse c : une baisse de 40 %.

Question 7

On complète le tableau d'effectifs (classe de 25 élèves) :

	16 ans ou moins	Plus de 16 ans	Total
Spé Maths	8	6	14
Pas spé Maths	7	4	11
Total	15	10	25

Total « plus de 16 ans » : $25 - 15 = 10$, dont $10 - 4 = 6$ suivent la spécialité. On cherche la probabilité conditionnelle « suit la spé Maths sachant plus de 16 ans » :

$$P_{\text{plus de 16 ans}}(\text{Spé Maths}) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}.$$

RÉPONSE

Réponse d : $\dfrac{3}{5}$.

Question 8

On part de $x = \dfrac{5}{2+y}$ (avec $x > 0$ et $y > 0$) et on exprime y en fonction de x :

$$x = \frac{5}{2+y} \iff x(2+y) = 5 \iff 2x + xy = 5 \iff xy = 5 - 2x \iff y = \frac{5-2x}{x} = \frac{5}{x} - 2.$$

RÉPONSE

Réponse d : $y = \dfrac{5}{x} - 2$.

Deuxième partie

(14 pts)

Exercice 1 (5 points) — Les mûriers platanes

Partie A

RAPPEL DE COURS

u_n désigne la hauteur (en mètres) de l'arbre n années après sa plantation, avec $u_0 = 1$ et un accroissement annuel de 0,40 m.

1.a. Calcul de u_1
L'arbre grandit de 0,40 m chaque année :

$$u_1 = u_0 + 0{,}40 = 1 + 0{,}40 = 1{,}40.$$

RÉPONSE

$u_1 = 1{,}40$ m.

1.b. Hauteur deux ans après la plantation

$$u_2 = u_1 + 0{,}40 = 1{,}40 + 0{,}40 = 1{,}80.$$

RÉPONSE

Deux ans après la plantation, le mûrier mesure 1,80 m.

2. Nature de la suite (u_n)
On ajoute la même constante 0,40 à chaque étape : $u_{n+1} = u_n + 0{,}40$.

RÉPONSE

(u_n) est une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 1$ et de raison $r = 0{,}40$.

3. Expression de u_n en fonction de n
Pour une suite arithmétique $u_n = u_0 + n\,r$:

RÉPONSE

Pour tout entier naturel n : $u_n = 1 + 0{,}40\,n$.

4. Année où le mûrier atteint 9 mètres
On résout l'équation $u_n = 9$:

$$1 + 0{,}40\,n = 9 \iff 0{,}40\,n = 8 \iff n = \frac{8}{0{,}40} \iff n = \frac{80}{4} \iff n = 20.$$

RÉPONSE

C'est au bout de 20 années que le mûrier atteindra 9 mètres de haut.

Partie B

RAPPEL DE COURS

v_n désigne le nombre de nouvelles branches n années après la plantation, avec $v_0 = 2$ et un nombre qui double chaque année.

1. Nature de la suite (v_n)
Le nombre de nouvelles branches double chaque année : $v_{n+1} = 2\,v_n$.

RÉPONSE

(v_n) est une suite géométrique de premier terme $v_0 = 2$ et de raison $q = 2$.

2.a. Nombre total de branches trois ans après la plantation

MÉTHODE

Le nombre total de branches s'obtient en cumulant le nombre initial et les nouvelles branches apparues chaque année.

Pour la suite géométrique : $v_n = v_0 \times q^n = 2 \times 2^n$, d'où $v_1 = 4$, $v_2 = 8$, $v_3 = 16$.
Vérification de la cohérence : un an après, le total est $v_0 + v_1 = 2 + 4 = 6$ (conforme à l'énoncé).
Trois ans après la plantation :

$$v_0 + v_1 + v_2 + v_3 = 2 + 4 + 8 + 16 = 30.$$

RÉPONSE

Trois ans après sa plantation, l'arbre possède un nombre total de branches égal à **30**.

2.b. Interprétation de la valeur 4 094 affichée par le programme

MÉTHODE

On suit l'évolution des variables v et total au fil de la boucle.

Le programme initialise v = 2 ($= v_0$) et total = 2 ($= v_0$). À chaque tour, v est multipliée par 2 (passage de v_i à v_{i+1}), puis ajoutée à total. Après les 10 répétitions, total contient :

$$v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_{10} = 2 + 4 + 8 + \cdots + 2048 = 4\,094.$$

RÉPONSE

La valeur 4 094 représente le nombre total de branches de l'arbre dix ans après sa plantation.

Exercice 2 (3 points) — Produit scalaire

RAPPEL DE COURS

Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(-1\,;5)$, $B(3\,;5)$ et $C(4\,;0)$.

1.a. Coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3-(-1)\\5-5\end{pmatrix} = \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\0\end{pmatrix}, \qquad \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}4-(-1)\\0-5\end{pmatrix} = \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}5\\-5\end{pmatrix}.$$

RÉPONSE

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\0\end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}5\\-5\end{pmatrix}.$$

1.b. Produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

MÉTHODE

Dans un repère orthonormé, le produit scalaire se calcule à l'aide des coordonnées : $\vec{u} \cdot \vec{v} = x\,x' + y\,y'$.

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 4 \times 5 + 0 \times (-5) = 20 + 0 = 20.$$

RÉPONSE

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 20$.

2.a. Montrer que $AC = 5\sqrt{2}$

$$AC = \left\|\overrightarrow{AC}\right\| = \sqrt{5^2 + (-5)^2} = \sqrt{25 + 25} = \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}.$$

RÉPONSE

$AC = 5\sqrt{2}$.

2.b. Expression de $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ en fonction de $\widehat{BAC}$

On admet que $AB = 4$. La définition du produit scalaire avec l'angle donne :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos\left(\widehat{BAC}\right) = 4 \times 5\sqrt{2} \times \cos\left(\widehat{BAC}\right) = 20\sqrt{2}\,\cos\left(\widehat{BAC}\right).$$

RÉPONSE

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 20\sqrt{2}\,\cos\left(\widehat{BAC}\right)$.

2.c. Mesure en radian de l'angle $\widehat{BAC}$

En égalant les deux expressions du produit scalaire :

$$20\sqrt{2}\,\cos\left(\widehat{BAC}\right) = 20 \iff \cos\left(\widehat{BAC}\right) = \frac{20}{20\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Or $\widehat{BAC}$ est un angle géométrique, donc $\widehat{BAC} \in [0\,;\pi]$, et $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

RÉPONSE

$\widehat{BAC} = \frac{\pi}{4}$ radian.

Exercice 3 (6 points) — Étude d'une fonction

RAPPEL DE COURS

f est définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{4x^2 + 7x + 9}{x}$.

1.a. Valeur de $f(1)$

Par lecture graphique, le point $A(1\,;20)$ appartient à $\mathcal{C}_f$, donc $f(1) = 20$.

RÉPONSE

$f(1) = 20$.

1.b. Valeur de $f'(1)$

$f'(1)$ est le coefficient directeur de la tangente T_A à $\mathcal{C}_f$ au point A. T_A passe par $A(1\,;20)$ et $B(3\,;10)$:

$$f'(1) = \frac{10-20}{3-1} = \frac{-10}{2} = -5.$$

RÉPONSE

$f'(1) = -5$.

1.c. Équation réduite de la tangente T_A

MÉTHODE

L'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a est : $y = f'(a)(x-a) + f(a)$.

Avec $a = 1$, $f(1) = 20$ et $f'(1) = -5$:

$$y = -5(x-1) + 20 = -5x + 5 + 20 = -5x + 25.$$

RÉPONSE

L'équation réduite de T_A est $y = -5x + 25$.

2.a. Démontrer que $f'(x) = \dfrac{(2x-3)(2x+3)}{x^2}$

On dérive le quotient selon la formule $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$:

$$f'(x) = \frac{(8x+7)\times x - 1\times(4x^2+7x+9)}{x^2}.$$

$$f'(x) = \frac{8x^2+7x-4x^2-7x-9}{x^2}.$$

$$f'(x) = \frac{4x^2-9}{x^2}.$$

$$f'(x) = \frac{(2x)^2-3^2}{x^2}.$$

D'où :

$$f'(x) = \frac{(2x-3)(2x+3)}{x^2}.$$

RÉPONSE

Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{(2x-3)(2x+3)}{x^2}$.

2.b. Signe de $f'(x)$ sur $]0\,;+\infty[$

Pour $x > 0$: $x^2 > 0$ et $2x+3 > 0$. Le signe de $f'(x)$ est donc celui de $2x-3$.

$$2x - 3 \geqslant 0 \iff x \geqslant \frac{3}{2}.$$

x	0		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$2x-3$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$2x+3$	$\Vert$	$+$		$+$	
x^2	$\Vert$	$+$		$+$	
$f'(x)$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

RÉPONSE

$f'(x) < 0$ sur $\left]0\,;\dfrac{3}{2}\right[$, $f'\left(\dfrac{3}{2}\right) = 0$, et $f'(x) > 0$ sur $\left]\dfrac{3}{2}\,;+\infty\right[$.

2.c. Variations de f sur $]0\,;+\infty[$

RAPPEL DE COURS

Valeur du minimum : $f\left(\dfrac{3}{2}\right) = \dfrac{4\times\frac{9}{4}+7\times\frac{3}{2}+9}{\frac{3}{2}} = \dfrac{9+\frac{21}{2}+9}{\frac{3}{2}} = \dfrac{\frac{57}{2}}{\frac{3}{2}} = \dfrac{57}{3} = 19.$

x	0		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
signe de $f'(x)$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
variation de f	$\Vert$	$\searrow$	19	$\nearrow$	

RÉPONSE

f est décroissante sur $\left]0\,;\dfrac{3}{2}\right]$ puis croissante sur $\left[\dfrac{3}{2}\,;+\infty\right[$. Elle admet un minimum égal à 19, atteint en $x = \dfrac{3}{2}$.

3. Existence d'une tangente parallèle à $y = 3x+5$

MÉTHODE

Deux droites sont parallèles lorsqu'elles ont le même coefficient directeur. On cherche donc les abscisses x telles que $f'(x) = 3$.

$$f'(x) = 3 \iff \frac{4x^2-9}{x^2} = 3 \iff 4x^2-9 = 3x^2 \iff x^2 = 9 \iff x = 3 \text{ ou } x = -3.$$

Comme f est définie sur $]0\,;+\infty[$, on ne retient que $x = 3$.

RÉPONSE

Oui, il existe une tangente à $\mathcal{C}_f$ parallèle à la droite d'équation $y = 3x+5$: c'est la tangente au point d'abscisse $x = 3$.